This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Sci 1480.188

HARVARD COLLEGE LIBRARY

BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787-1855)
OF BOSTON

FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION

SCIENCE CENTER LIBRARY

ALPHONSE PICARD & FILS EDITEURS
RUE BONAPARTE
82
PARIS VI ARRONDT
LIBRAIRIE ANCIENNE D'OCCASION
COMMISSION LIVRES NEUFS FRANÇAIS & ETRANGERS

BULLETIN

DE

L'ASSOCIATION TECHNIQUE

MARITIME.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

Ch. Chereuny

BULLETIN

DE

L'ASSOCIATION TECHNIQUE MARITIME.

N° 3.

SESSION DE 1892.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1893

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

Ch. Chevreuxy

BULLETIN

DE

L'ASSOCIATION TECHNIQUE MARITIME.

N° 3.

SESSION DE 1892.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1893

Sci 1480.188

HARVARD COLLEGE
JUL 27. 1920
LIBRARY

Degrand fund

BULLETIN

DE

L'ASSOCIATION TECHNIQUE MARITIME.

STATUTS

APPROUVÉS PAR L'ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU 1er DÉCEMBRE 1888.

But de l'institution.

ART. 1. — Il est créé à Paris une *Association technique maritime* ayant pour but de perfectionner la construction et l'armement des navires :

1° En rassemblant en commun les résultats de l'expérience acquise isolément par les constructeurs, mécaniciens, officiers de marine, armateurs, yachtsmen et autres, et qui, sans valeur lorsqu'ils restent isolés, peuvent aider au progrès des constructions lorsqu'ils se trouveront condensés dans une publication spéciale.

2° En faisant connaître les résultats des travaux accomplis à l'étranger et en constituant des archives renfermant tous les renseignements utiles aux industries maritimes.

3° En mettant à la disposition de l'initiative individuelle la force collective de l'institution pour étudier les inventions nouvelles, discuter les théories et problèmes techniques, et poursuivre les recherches expérimentales et autres qui peuvent être de nature à faire progresser la science des constructions navales et les méthodes d'exploitation maritime.

Organisation.

ART. 2. — L'Association technique maritime se composera de *membres adhérents* et de *membres honoraires*.

Les membres adhérents seront convoqués en assemblée générale chaque année, dans le courant du mois de décembre, afin d'élire les membres du Bureau et le trésorier pour l'année suivante. Les membres du Bureau ainsi que le trésorier sont rééligibles.

§ 1. Tout candidat devra être âgé de 21 ans, au moins, et être présenté par deux membres au moins.

Les officiers des différents corps de la marine militaire seront admis sans avoir besoin de présentation.

§ 2. Le titre de *membre honoraire* pourra être donné aux personnes auxquelles l'Association désirera conférer une distinction honorifique.

§ 3. Auront droit au titre de *membre fondateur* les membres du Comité d'organisation et les premiers adhérents.

§ 4. L'admission provisoire des membres nouveaux sera prononcée par le Bureau.

L'admission sera rendue définitive par le vote de l'assemblée générale.

Administration.

Art. 3. — L'Association sera administrée par son Bureau, composé d'un président, de quatre vice-présidents, d'un secrétaire général, d'un secrétaire, d'un secrétaire-adjoint et d'un trésorier.

Le Bureau s'adjoindra dix membres adhérents pour former un *Comité d'études* qui examinera les communications adressées à l'Association, décidera s'il y a lieu de les publier dans le *Bulletin* ou de les lire à l'assemblée générale, prendra toutes les mesures propres à favoriser le développement de l'Association, la création d'archives aussi complètes que possible, etc.

§ 1. Ce Comité d'études se réunira sous la présidence du président ou de l'un des vice-présidents, chaque fois que le Bureau le jugera nécessaire.

§ 2. Les fonctions du secrétaire général consisteront à diriger la correspondance de l'Association, à tenir les procès-verbaux de toutes les séances, à s'occuper de la publication des Mémoires, à prendre soin de la bibliothèque et des collections de la Société, à diriger la préparation des comptes.

§ 3. Le secrétaire général sera assisté du secrétaire et du secrétaire-adjoint. Ce dernier sera chargé spécialement de la bibliothèque et de l'impression du *Bulletin de l'Association*.

Assemblée générale.

Art. 4. — Une assemblée générale de l'Association aura lieu chaque année à Paris, au siège provisoire de la Société, rue Daunou, 18.

§ 1. L'ordre du jour de l'assemblée générale sera fixé ainsi qu'il suit :

1° Lecture des rapports du Comité d'études et du trésorier;

2° Élection du Bureau pour l'année suivante;

3° Lecture et discussion des Mémoires approuvés par le Comité d'études;

4° Modification des statuts s'il y a lieu.

Le nouveau Bureau entrera en fonctions à partir de la clôture de l'assemblée générale.

Cotisations.

Art. 5. — § 1. Les membres adhérents payeront une cotisation annuelle de 30fr: ils recevront en échange le *Bulletin de l'Association*.

La cotisation annuelle pourra être remplacée par un payement unique de 400fr, qui donnera droit au titre de souscripteur perpétuel.

§ 2. A défaut de payement pendant deux années consécutives, le Bureau pourra proposer la radiation.

Le Bureau pourra accorder des dispenses de cotisation aux membres et associés qui se trouveront dans des conditions spéciales, ou accepter en payement des livres ou autres objets utiles à l'Association.

Les membres honoraires ne payeront pas de cotisation.

§ 3. Les cotisations sont dues à compter du 1er janvier de chaque année, quelle que soit l'époque de l'admission. La première année se comptera à partir du 1er janvier 1889.

Emploi des fonds.

Art. 6. — Les ressources provenant des cotisations et des dons faits à l'Association seront employées au payement des frais de toute sorte supportés par l'administration, à la publication du *Bulletin*, à la constitution d'une bibliothèque technique, etc.

Les sommes restant en caisse à la fin de chaque année seront placées par les soins du Bureau et réservées pour faire face aux dépenses exceptionnelles que l'Association peut avoir à supporter.

Dispositions légales.

Art. 7. — Nul ne peut être élu membre du Bureau s'il n'est Français et s'il ne jouit pas de ses droits civils et politiques.

Art. 8. — Le président de la Société fera connaître en temps utile à l'autorité les changements qui viendront à se produire dans la composition du Bureau.

Il adressera chaque année à M. le Préfet de police un compte rendu sur la situation morale et financière de la Société.

Art. 9. — Les discussions politiques et religieuses sont formellement interdites dans les réunions.

Art. 10. — Les modifications statutaires qui seraient adoptées ne pourront être mises en vigueur sans l'approbation préalable de l'autorité.

Art. 11. — La dissolution de l'Association ne pourra être prononcée que par une assemblée générale et à la majorité des deux tiers des membres présents.

Art. 12. — En cas de dissolution, les fonds restant en caisse, après toutes dépenses soldées, seront versés à une Société scientifique ou à une Société de bienfaisance, selon la décision prise à ce sujet par l'assemblée générale.

Nota. — Les correspondances, Mémoires, brochures, livres, journaux, etc., doivent être adressés à M. le secrétaire général de l'Association technique maritime, 8, place de la Bourse, à Paris.

Les cotisations non encore payées peuvent être adressées à **M. Borja de Mozota**, trésorier, Bureau Veritas, 8, place de la Bourse, Paris.

MEMBRES DU BUREAU POUR 1892-93.

Président : M. de Bussy, Membre de l'Institut, Inspecteur général du Génie maritime en retraite.

Présidents d'honneur : M. le Vice-Amiral Paris, Membre de l'Institut. M. le Vice-Amiral Thomasset.

Vice-présidents : M. J.-A. Normand, Constructeur de navires au Havre. M. Ch. Moutier, Directeur général de la Compagnie d'assurances maritimes *la Foncière.* M. E. Pérignon, Ingénieur. M. Daymard, Ingénieur en chef de la Compagnie Générale Transatlantique.

Secrétaire général : M. L. Piaud, Ingénieur en chef du Bureau Veritas.

Secrétaire : M. L. Vivet, Ingénieur au Bureau Veritas.

Secrétaire-adjoint : M. L. Muller, Capitaine au long cours.

Trésorier : M. Borja de Mozota, Chef du Service administratif du Bureau Veritas.

COMITÉ D'ÉTUDES.

MM. les Membres du Bureau

et MM. Carié, Ingénieur des Forges et Chantiers de la Méditerranée.

Doyère, Ingénieur de la Marine, Sous-Directeur de l'École d'application du Génie maritime.

Duprat, Directeur de la Compagnie des Chargeurs réunis.

Geay, ancien Directeur de la Société de Constructions navales du Havre.

Leclert, Ingénieur de la Marine en retraite.

Menier (G.), Ingénieur civil.

Noel, Ingénieur de la Marine en retraite.

Rueff, Directeur des Messageries fluviales de Cochinchine.

Widmann, Directeur général des Forges et Chantiers de la Méditerranée.

LISTE GÉNÉRALE DES MEMBRES.

MM.

ADER, Agent maritime, à Bordeaux.
ALLEST (D'), Directeur des Ateliers Fraissinet, à Marseille.
AMBLY (PESCHARD D'), Inspecteur général du Génie maritime.
ANASTASIOU, Ingénieur de la Marine hellénique, à Athènes.
ANEMAET, Président du Conseil d'administration du Bureau Veritas.
AUROUS, Directeur des Constructions navales en retraite.
AUROUS, Ingénieur de la Marine, à Brest.
BACOT, Ingénieur des Constructions navales en retraite.
BARTHELET, Directeur du *Sémaphore*, à Marseille.
BEAUMANOIR (J. DE), Assureur maritime, à Bordeaux.
BELAMY, Inspecteur du Bureau Veritas, à Nantes.
BERNARD, Directeur de la *Banque maritime*.
BERRYER-FONTAINE, Directeur des Constructions navales, à Toulon.
BERTIN, Directeur de l'École du Génie maritime, à Paris.
BIDERMANN, Ingénieur.
BIENAYMÉ, Directeur du Matériel au Ministère de la Marine.
BOISSEVAIN, Inspecteur du Bureau Veritas, à Marseille.
BONDY (vicomte L. DE), Président de la Société des Chantiers et Ateliers de la Gironde.
BORJA DE MOZOTA, Chef du Service administratif du Bureau Veritas.
BOUCHER, Ingénieur-Mécanicien.
BOULET, Ingénieur-Constructeur.
BROTHERHOOD, Ingénieur-Constructeur.
BUSSY (DE), Membre de l'Institut, Inspecteur général du Génie maritime en retraite, Ingénieur conseil aux Chantiers de la Loire.
CABROL (DE), Administrateur délégué des Chantiers de la Loire.
CADIAT, Directeur des Établissements Mouraille, à Toulon.
CANET, Directeur du service de l'artillerie aux Forges et Chantiers de la Méditerranée.
CARIÉ, Ingénieur des Forges et Chantiers de la Méditerranée.
CEUVEL, Ingénieur-Constructeur de navires, à Amsterdam.
CHAPMAN, Ingénieur civil.
CHAUDOYE, Directeur général des Chantiers de la Loire, à Paris.
CHEVREUX, Ingénieur civil des Constructions navales.
CLAUZEL, Ingénieur de la Marine.
CLEEF (J.-E. VAN), Ingénieur des Constructions navales, attaché au Département de la Marine, à Batavia.
CLERMONT (DE), Administrateur de la Compagnie des Chargeurs Réunis.
COP, Ingénieur de la Marine des Pays-Bas.
CRONEAU, Ingénieur des Constructions navales, Professeur à l'École du Génie maritime.
DABLAUD, Fondé de pouvoirs de la *Foncière-Transports*.

MM.

DAYMARD, Ingénieur en Chef de la Compagnie Générale Transatlantique.
DEGOIX, Assureur maritime.
DEINSE (VAN), Inspecteur de l'Association néerlandaise d'assurances maritimes.
DELAUNAY-BELLEVILLE, Directeur des Établissements Belleville.
DELÉARDE, Inspecteur de la Compagnie d'assurances maritimes *la Foncière,* à Lille.
DELZONS, Représentant à Paris de la *Maatschappij de Maas,* de Rotterdam.
DEWULF, Capitaine au long cours, Inspecteur du Lloyd, à Dunkerque.
DEZEUSTRE, Assureur maritime, à Boulogne-sur-Mer.
DIBOS, Inspecteur technique de la *Foncière.*
DOYÈRE, Sous-Directeur de l'École du Génie maritime.
DREYFUS, Ingénieur à la Compagnie Générale Transatlantique, à Saint-Nazaire.
DREYFUS, Administrateur des Chantiers de la Loire.
DRZEWIECKI (Stéphane), Ingénieur.
DUCHESNE, Ingénieur au Bureau Veritas.
DUDEBOUT, Ingénieur de la Marine, à Marseille.
DUMINY, Ingénieur en Chef de la Compagnie des Chargeurs Réunis.
DUPRAT, Directeur de la Compagnie des Chargeurs Réunis.
DUPRÉ (M.), Capitaine de frégate.
ELGAR (Francis), Directeur de la Fairfield Shipbuilding C°, à Londres.
ELLIS, Inspecteur du Bureau Veritas, à Liverpool.
EVERS, Ingénieur civil, à Rouen.
FARJAS, Directeur de la *Revue universelle des Inventions nouvelles.*
FERRAND, Ingénieur des Constructions navales.
FLEURET, Ingénieur civil.
FLICHE, Ingénieur de la Marine en retraite, attaché aux usines du Creusot.
FOULD (Henri), Membre de la Chambre de Commerce de Paris.
GALLICE, Yachtman.
GARNIER, Ingénieur de la Marine, à Toulon.
GAUTHIER, Sous-Directeur technique des Messageries maritimes, à la Ciotat.
GEAY, ancien Directeur de la Société de Constructions navales du Havre.
GEFFRIN, Inspecteur du Bureau Veritas, à Dunkerque.
GOODKOOP, Ingénieur-Constructeur de navires, à Amsterdam.
GOYETCHE, Assureur maritime, à Bordeaux.
GROLOUS, Ingénieur à la Compagnie Générale Transatlantique.
GUICHARD, Directeur des Chantiers de la Loire, à Saint-Nazaire.
GUILLAUME (E.), Ingénieur de la Compagnie Transatlantique, à Saint-Nazaire.
GUILLET DE LA BROSSE, Ingénieur aux Chantiers de la Loire.
GUYOU, Capitaine de frégate.
HAQUET, Rédacteur en Chef du *Journal des Transports.*
HARADA, Ingénieur à l'Arsenal de Jokoska (Japon).
HAUSER, Ingénieur de la Marine.
HEER (H. DE), Ingénieur à l'Arsenal de Sœrabaya.
HUBAC, Ingénieur de la Société des Générateurs Belleville, à Saint-Denis.
HUYGHENS, Constructeur de navires, à Amsterdam.
JANSEN, Ingénieur civil, à Maestricht.
JULLIEN (Marius).

MM.

KIRKALDY, Ingénieur mécanicien, à Londres.
LAMAURE, Agent de la Compagnie d'Assurances maritimes *la Foncière*.
LARUE, Directeur de la Compagnie générale de la Navigation, à Lyon.
LECLERT, Ingénieur des Constructions navales en retraite.
LECOINTE, Ingénieur de la Marine de l'État, Belgique.
LEDOUX, Ingénieur en Chef au corps des Mines, à Paris.
LEGRU, Ingénieur civil.
LELIEPVRE, Ingénieur chargé de l'Agence maritime de la Société de Denain et d'Anzin, à Dunkerque.
LEROY (J.), Agent de la Compagnie d'Assurances maritimes *la Foncière*, à Calais.
LESAUVAGE, Directeur des Chantiers Satre, à Arles.
LEVERD, Courtier-Juré d'Assurances.
LIKHOTCHOF (Amiral).
LOUTREL, Inspecteur général de la Compagnie d'assurances maritimes *la Foncière*, à Amiens.
LUCARDIE, Directeur de la *Maatschappij de Maas*, Rotterdam.
MADAMET, Directeur des Forges et Chantiers de la Méditerranée, à Marseille.
MALLET, Sous-Directeur de la Compagnie d'assurances maritimes *la Foncière*.
MANGINI, Ingénieur des Constructions navales, à Rochefort.
MARBEC, Ingénieur des Constructions navales, à Toulon.
MARIN-DUBUARD (baron), Assureur maritime.
MAUPEOU D'ABLEIGES (DE), Directeur des Constructions navales, à Lorient.
MAW, Ingénieur, à Londres.
MEERTEN (H. VAN), Ingénieur en Chef des Constructions navales à l'Arsenal de Sœrabaya.
MENIER (Gaston), Ingénieur civil.
MENIER (Henri), Ingénieur civil.
MILLAR, Constructeur de navires (maison Armstrong, Mitchell et C°, à Newcastle).
MIRABAUD, Administrateur de la Compagnie des Chargeurs Réunis.
MOUTIER, Directeur général de la Compagnie d'assurances maritimes *la Foncière*.
MULLER, Capitaine au long cours.
NICLAUSSE, Administrateur-Délégué des Générateurs inexplosibles Collet.
NOEL (Charles), Ingénieur des Constructions navales en retraite.
NOEL (Octave), Administrateur des Messageries maritimes.
NORMAND (A.), Ingénieur-Constructeur au Havre.
PAINVIN, Ingénieur aux Chantiers de la Loire.
PANIZZI PRESTON, Ingénieur civil, à Londres.
PARIS (Vice-Amiral), Membre de l'Institut, Conservateur au Musée du Louvre.
PEGUIN, Ingénieur-Conseil, à Lyon.
PENNINCK, Ingénieur de 1re classe à l'Arsenal de Sœrabaya.
PÉRIGNON, Ingénieur des Arts et Manufactures.
PERRÉGAUX, Ingénieur, Directeur des Ateliers Voruz, à Nantes.
PETITHOMME, Ingénieur aux Chantiers de la Loire.
PIAUD, Ingénieur en chef du Bureau Veritas.
PIHLGREN, Directeur des Constructions navales, Stockholm.
PONCHEZ, Ingénieur de la Société des Générateurs Belleville, à Saint-Denis.
POUDAVIGNE, Agent de la Compagnie des Chargeurs Réunis, au Havre.

MM.

PRINS.

RISBEC, Ingénieur de la Marine, Directeur des Ateliers des Messageries maritimes, à la Ciotat.

ROCHE, Ingénieur des Constructions navales, à Lyon.

ROSSEL, Agent principal de la Société des Chantiers et Ateliers de la Gironde.

ROTHSCHILD (baron Arthur DE), Propriétaire de yachts.

ROTHSCHILD (baron Edouard DE), Propriétaire de yachts.

ROVERS, Inspecteur du Bureau Veritas, à Amsterdam.

RUEFF, Directeur des Messageries fluviales de Cochinchine (S. P.).

SABATHIER, Ingénieur au Bureau Veritas, Le Havre.

SATRE (Henri), Constructeur, à Lyon.

SCHNEIDER (Henri), Directeur des Établissements du Creusot.

SERRES (Amiral).

SIEBERS, Ingénieur des Constructions navales, Sœrabaya.

SIMON (Prosper), Lieutenant de vaisseau.

STAPFER DE DUCLOS, Ingénieur-Constructeur, à Marseille (S. P.).

THIÉBAUD, Administrateur du Comptoir national d'Escompte.

THIRION, Ingénieur-Constructeur.

THOMASSET (Vice-Amiral).

TOUTAIN, Ingénieur de la Compagnie Commerciale, au Havre.

TURBOT, Fabricant de chaînes, à Anzin.

TWEDDELL, Ingénieur civil, Londres.

VASCONCELLOS (J. DE), Ingénieur des Constructions navales, à Lisbonne.

VERMAND, Ingénieur aux Chantiers de la Loire, à Saint-Nazaire.

VIVET, Ingénieur civil des Constructions navales, au Bureau Veritas.

WEYL, Rédacteur au *Journal des Débats*.

WHITE (W.-H.), Inspecteur et Directeur des Constructions navales, à Londres.

WIDMANN, Directeur général des Forges et Chantiers de la Méditerranée.

WOODWARD, Ingénieur des Constructions navales, Navy yard, à Washington.

TROISIÈME SESSION

DE

L'ASSOCIATION TECHNIQUE MARITIME

15 ET 16 DÉCEMBRE 1892.

La troisième Assemblée générale des Membres de l'Association technique maritime a eu lieu à Paris, 18, rue Daunou, le 15 décembre 1892, à $9^h 30^m$ du matin, et le 16 décembre, à 2^h de l'après-midi, sous la présidence de M. de Bussy, Membre de l'Institut, Inspecteur général du Génie maritime en retraite.

M. le Président soumet à la ratification de l'Assemblée l'admission des Membres nouveaux déjà prononcée provisoirement par le Bureau.

Les Membres sortants du Bureau sont ensuite réélus pour 1893.

M. Daymard est élu Vice-Président, en remplacement de M. Lisbonne, décédé.

Enfin il est procédé à la lecture et à la discussion des Mémoires.

NOTE

SUR LA

LOI DE LA VARIATION DU POIDS DE LA CHARPENTE DES NAVIRES

AVEC LES DIMENSIONS

ET SUR LA LIMITATION QUI EN RÉSULTE DANS LA GRANDEUR ABSOLUE,

PAR M. AUGUSTIN NORMAND.

Je crois avoir été le premier à montrer, dès 1864, comment les problèmes de construction navale pouvaient être posés et discutés algébriquement, sans qu'il fût nécessaire d'établir l'équation de la surface de la carène, ainsi que l'avaient fait Chapman et ses continuateurs.

Toutefois, les problèmes ainsi posés, ne conduisent à des résultats exacts qu'autant que les équations elles-mêmes sont exactes.

Il n'en est pas toujours ainsi, et je me propose de montrer, dans cette Note, que l'un des poids constitutifs les plus importants du navire, celui de la charpente proprement dite, est généralement exprimé très imparfaitement, ce qui fausse absolument les solutions.

Ainsi, l'on trouve habituellement que, quelles que soient les conditions du problème, la vitesse maxima possible augmente indéfiniment avec les dimensions, tandis qu'il existe un maximum de grandeur au delà duquel la vitesse possible décroît.

On admet presque toujours que le poids de coque est proportionnel au cube des dimensions linéaires ou, moins exactement encore, au déplacement. Cette règle est, il faut bien le reconnaître, assez conforme à la pratique; elle n'en est pas moins erronée, car elle conduit à ce résultat non moins conforme à la pratique, que la solidité des navires est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse de leurs dimensions.

Une partie des poids de coque : les aménagements, les accessoires, l'armement, doivent suivre approximativement la loi admise; mais non pas la char-

pente proprement dite, si l'on ne veut pas que la charge des fibres extrêmes augmente rapidement avec la dimension absolue.

Un raisonnement très simple suffit à le prouver. Considérons un bâtiment dans lequel les dimensions absolues de toutes les parties constitutives varient proportionnellement. Les poids qui tendent à rompre la poutre, qu'elle soit supportée au milieu ou aux extrémités, sont proportionnels au cube des dimensions; ils agissent sur des bras de levier proportionnels aux dimensions; les moments de rupture varient donc comme la quatrième puissance. Or les moments de résistance de la section varient simplement comme le produit du carré de la hauteur par la largeur, sous un effort vertical, c'est-à-dire comme le cube.

Examinons la question de plus près.

Soient :

L la longueur du navire entre perpendiculaires;
l la largeur extrême;
C le creux au milieu;
D le déplacement;
P le poids de la charpente métallique réduite, pour simplifier la question, à un système tubulaire. Il comprend donc seulement les liaisons longitudinales : bordé extérieur, ponts, carlingues, etc., qui entrent dans le calcul de la résistance à la flexion longitudinale;
e l'épaisseur moyenne du système tubulaire, au milieu, très petite par rapport aux dimensions;
R la charge des fibres extrêmes, le navire étant supposé vertical;
I le moment d'inertie vertical, au milieu.

Que le bâtiment ait une section transversale rectangulaire ou elliptique, et toutes les formes peuvent être comprises entre ces deux extrêmes : le moment d'inertie vertical I est proportionnel à

$$C^2(3l + C)e.$$

et la charge R à

$$\frac{DL}{C(3l + C)e}.$$

Il en résulte que, si l'épaisseur e est proportionnelle aux dimensions linéaires, c'est-à-dire si le poids de la charpente est proportionnel au cube des dimensions, la charge R croît suivant la même loi que l'épaisseur.

Ainsi que nous le disions plus haut, c'est la règle généralement suivie; aussi M. John a-t-il reconnu, en 1874, que la charge R, calculée par lui pour un grand nombre de bâtiments, était approximativement :

kg		Tonneaux
6,2	pour un bâtiment de	500
8,2	» »	1000
12,7	» »	3000

Ces charges sont à peu près proportionnelles à la racine cubique du tonnage, c'est-à-dire aux dimensions linéaires.

La dernière est considérable et, si les paquebots de 12 à 14000 tonnes, qui existent actuellement, présentent une solidité suffisante, c'est que la répartition des matériaux et les procédés de construction, ainsi que les matériaux eux-mêmes, ont été considérablement améliorés.

Je vais rechercher une expression plus exacte du poids de la charpente.

Si le bâtiment reste toujours semblable à lui-même et ne varie que par les échelles des dimensions principales, le poids P du système tubulaire est proportionnel au produit de la longueur par le développement transversal et par l'épaisseur. On peut donc poser

$$P = aL(C + l)e \tag{1}$$

et, comme plus haut,

$$R = b\,\frac{DL}{C(3l + C)e}. \tag{2}$$

La valeur de e tirée de (2) et reportée dans (1) donne

$$P = ab\,\frac{DL^2(C + l)}{C(3l + C)R}. \tag{3}$$

D'un autre côté, si l'on pose

$$D = cLlC,$$

$$l = dC$$

et

$$L = xC,$$

il vient

$$D = c\,dx\,C^3,$$

d'où

$$C = \frac{D^{\frac{1}{3}}}{c^{\frac{1}{3}} d^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}}}.$$

Ces diverses valeurs, reportées dans (3), donnent

$$P = ab\,\frac{Dx^2C^2(1 + b)C}{C(3d + 1)CR} = \frac{ab(1 + b)}{(3d + 1)R}\,Dx^2C$$

$$= \frac{ab(1 + b)}{(3d + 1)R} \times \frac{1}{c^{\frac{1}{3}} d^{\frac{1}{3}}}\,Dx^2\,\frac{D^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}},$$

et, en désignant le coefficient ci-dessus par A, puisque R est supposé constant, il vient enfin

$$P = Ax^{\frac{5}{3}}D^{\frac{4}{3}} = A\left(\frac{L}{C}\right)^{\frac{5}{3}} D^{\frac{4}{3}}, \tag{4}$$

c'est-à-dire que, *toutes choses égales d'ailleurs, si l'on fait varier seulement les dimensions absolues et le rapport de la longueur au creux ou, plus géné-*

ralement, aux dimensions transversales, le poids de la charpente, ramenée au système tubulaire, doit être, à solidité égale, proportionnel :

1° *A la puissance $\frac{4}{3}$ du déplacement, soit à la quatrième puissance des dimensions linéaires;*

2° *A la puissance $\frac{5}{3}$ du rapport de la longueur aux dimensions transversales.*

Cette loi suppose que les bras de levier de tous les poids constitutifs varient comme la longueur, ce qui est moins éloigné de la vérité qu'on ne pourrait le supposer.

Mais, en dehors des liaisons longitudinales, la charpente comprend la membrure, le barrotage, les cloisons, etc. Cette partie, destinée à résister à des efforts transversaux qui ne sont le plus souvent que des transformations des efforts longitudinaux, ne suit évidemment pas la loi ci-dessus $\left(\frac{L}{C}\right)^{\frac{5}{3}}$; tandis qu'il n'y a aucune raison de supposer qu'elle suive une loi différente de $D^{\frac{4}{3}}$ quand la grandeur absolue varie seule.

Le poids de la charpente totale qui comprend les liaisons longitudinales et transversales varie donc moins rapidement que $\left(\frac{L}{C}\right)^{\frac{5}{3}}$; mais, si l'on tient compte de ce que les premières forment la majeure fraction du poids total, on reconnaît que ce poids ne varie certainement pas moins rapidement que $\frac{L}{C}$.

Le poids total de la charpente serait, dans cette hypothèse, proportionnel à

$$\frac{L}{C} D^{\frac{4}{3}}.$$

Quelle que soit la loi exacte de la variation du poids en fonction du rapport de la longueur aux dimensions transversales, il est certain qu'un notable allègement peut être réalisé en diminuant ce rapport.

Au point de vue de l'utilisation de la carène seule, au contraire, il y a grand intérêt à l'augmenter, excepté dans des cas tout à fait spéciaux. Mais la majoration de poids de coque qui en résulte peut être telle que la solution du problème conduise à des dimensions et à une dépense d'établissement et d'entretien exagérées, sans parler de la diminution des qualités nautiques qui en résulte. Ce serait donc une erreur de mesurer la valeur d'un navire uniquement par l'utilisation de sa carène.

Généralement, les problèmes se réduisent à remplir les conditions de vitesse par calme et par mauvais temps, de rayon d'action, de solidité, de qualités nautiques, et les conditions de service pour lesquelles le bâtiment est construit, avec un minimum de dépenses de construction et surtout de navigation. Peu importe que la puissance soit plus ou moins bien utilisée,

théoriquement, si le résultat final est plus économique. Le problème du navire à utilisation de carène maxima n'existe pas.

Nous allons voir maintenant quelles différences considérables se produisent dans les solutions des problèmes, suivant que l'on fait varier le poids de la charpente comme la quatrième ou comme la troisième puissance des dimensions linéaires.

Supposons un bâtiment de guerre devant fournir une vitesse maxima U, avec un certain rayon d'action, à une vitesse déterminée. Pour simplifier la question, nous admettrons que la coque et la carène restent toujours semblables et que l'utilisation et le poids spécifique de l'appareil moteur sont invariables.

Les poids dont la somme compose le déplacement en charge sont :

1° La charpente proprement dite. Son poids doit être exprimé, d'après la théorie ci-dessus, par

$$\alpha L^4,$$

ou, suivant les anciens errements, par

$$\alpha' L^3;$$

2° La partie de la coque qui ne contribue que peu ou point à la solidité, telle que ponts en bois, aménagements, accessoires de coque et d'armement, mâture, agrès et apparaux. Elle peut être exprimée par

$$\beta L^3;$$

3° L'équipage, les vivres, la protection d'une épaisseur déterminée, s'il s'agit d'un navire cuirassé,

$$\gamma L^2;$$

4° L'appareil moteur et évaporatoire

$$\delta L^2 U^3;$$

5° Le combustible

$$\varepsilon L^2 \text{ (1)};$$

6° L'artillerie et les munitions; c'est un poids constant

$$\zeta.$$

Si l'on représente le déplacement total par ηL^3, il vient

$$\eta L^3 = \alpha L^4 \text{ ou } \alpha' L^3 + \beta L^3 + \gamma L^2 + \delta L^2 U^3 + \varepsilon L^2 + \zeta.$$

Admettons d'abord que le poids de la charpente soit égal à αL^4, il vient

$$U^3 = -\frac{\alpha}{\delta} L^2 + \left(\frac{\eta - \beta}{\delta}\right) L - \frac{\gamma + \varepsilon}{\delta} - \frac{\zeta}{\delta L^2};$$

(1) Si le rayon d'action devait être parcouru à la vitesse maxima U, tel est le cas des paquebots, le poids du combustible serait proportionnel à $L^2 U^2$.

et, en prenant le cube de la vitesse comme variable et différentiant pour déterminer le maximum,

$$\frac{dU^3}{dL} = 0 = -2\alpha L + (\eta - \beta) + \frac{2\zeta}{L^3}, \qquad 2\alpha L^4 - (\eta - \beta) L^3 - 2\zeta = 0.$$

Sans qu'il soit nécessaire de résoudre l'équation, on voit qu'il existe un maximum, car, pour $L = \infty$, le premier membre est infini positif, et, pour $L = 0$, il est négatif et égal à -2ζ. L'équation est donc vérifiée par une valeur de L comprise entre o et $+\infty$.

Si le poids fixe $\zeta = 0$, la valeur de L correspondant au maximum de U est

$$L = \frac{\eta - \beta}{2\alpha}.$$

Admettons maintenant comme poids de charpente $\alpha' L^3$, il vient

$$U^3 = \frac{(\eta - \alpha' - \beta) L^3 - (\gamma + \varepsilon) L^2 - \zeta}{\delta L^2} = \frac{\eta - \alpha' - \beta}{\delta} L - \frac{\gamma + \varepsilon}{\delta} - \frac{\zeta}{\delta L^2},$$

$$\frac{dU^3}{dL} = \frac{1}{\delta}\left(\eta - \alpha' - \beta + \frac{2\zeta}{L^3}\right).$$

La variation est toujours positive, même pour $L = \infty$; il n'y a pas de maximum et la vitesse augmente indéfiniment avec la grandeur absolue.

Supposons le poids fixe $\zeta = 0$, le coefficient différentiel $\frac{dU^3}{dL}$ est constant : l'accroissement est encore indéfini.

En thèse générale, toutes les fois qu'un des poids constitutifs du bâtiment varie suivant une puissance des dimensions linéaires supérieure à la troisième, il existe une dimension pour laquelle la vitesse est maxima.

En 1885, j'avais donné une règle fort simple d'après laquelle une petite variation dans un quelconque des poids constituant le déplacement total d'un bâtiment entraînait, toutes choses égales d'ailleurs, une variation de déplacement de quatre à cinq fois plus grande, et j'ai montré ici même quelle simplification elle apportait aux calculs du beau Mémoire de M. Hauser. Cette règle, *bien que conforme à la pratique,* est fausse, parce qu'elle repose sur la proportionnalité du poids de coque au cube des dimensions linéaires. Telle était la loi admise par M. Hauser.

Il en est de même de cette méthode fréquemment employée pour parer à une insuffisance de déplacement dans un projet et qui consiste à allonger le bâtiment au milieu sans modifier les échantillons. On obtiendrait généralement un résultat meilleur et un bâtiment plus solide en diminuant simplement les échantillons.

Enfin, c'est une appréciation erronée de la loi de variation de poids de la charpente qui a conduit à l'agrandissement indéfini des grands paquebots à passagers, agrandissement d'autant moins nécessaire que le tirant d'eau ne peut pas être augmenté.

Il ne paraît pas douteux que, si l'on voulait se contenter, par exemple, pour les paquebots de 6000^{tx} à 8000^{tx}, de la solidité de ceux de 12000, ou que, si l'on appliquait à la construction des premiers les soins extrêmes et les méthodes spéciales reconnues nécessaires pour les seconds, on n'obtînt la même vitesse dans les deux cas. Il est même probable que le petit bâtiment présenterait une supériorité sous ce rapport.

L'addition d'un poids fixe d'artillerie et de munitions dans un navire de guerre recule beaucoup la limite de grandeur au delà de laquelle la vitesse diminue; mais il ne paraît pas impossible que le maximum de grandeur n'ait pas été dépassé dans certains cas.

La question ne peut être résolue pour les cuirassés et pour les paquebots qu'en traitant le problème avec des chiffres d'expérience exacts.

M. le Professeur Francis Elgar, ayant reçu communication du Mémoire de M. Normand avant la réunion générale, avait envoyé la Note suivante :

J'ai pris un vif intérêt au Mémoire de M. Normand; le sujet qu'il traite étant l'un de ceux que j'ai moi-même étudiés récemment en préparant un Mémoire sur les limites actuelles de la vitesse des navires à la mer.

Le Mémoire de M. Normand est très instructif; ses conclusions concordent avec les miennes en général, bien que nous n'ayons pas suivi la même voie et qu'il y ait une certaine différence entre nos résultats quantitatifs.

En premier lieu, il ne me semble point exact de supposer R proportionnel à LD dans l'équation (2). Les efforts qui règlent en pratique les épaisseurs et les poids des coques en fer et en acier sont ceux que subit le métal quand le navire est en haute mer, et les efforts maxima sont ceux qui s'exercent lorsque le navire est placé sur le sommet ou dans le creux d'une houle de même longueur que le navire.

Il est exact qu'en eau calme le moment fléchissant sera proportionnel à LD, si toutes les dimensions du navire varient proportionnellement, le creux pris dans ce cas étant le tirant d'eau. Mais, sur la houle, le moment fléchissant additionnel dû à la différence entre les flottaisons plane et houleuse sera proportionnel à lL^3. Il en est évidemment ainsi parce que les portions du déplacement additives et soustractives (par rapport à la flottaison plane) qui produisent le moment fléchissant sont proportionnelles au produit de leur longueur par leur largeur et leur hauteur. Or la hauteur de chacune est proportionnelle à sa longueur, et ces deux dimensions sont proportionnelles au creux du navire. La largeur de chacun de ces éléments de volume sera proportionnelle à la largeur du navire, de sorte que les volumes varieront comme lL^2. Les bras de levier varient comme L, et par suite les moments fléchissants comme lL^3.

Dans des navires semblables, et semblablement chargés, les moments fléchissants en eau calme varieront encore comme lL^3.

Si l'on remplace lL^3 par DL dans l'équation (2), on voit que l'équation (4) devient

$$P = K\frac{L^4}{C^4}C^4 = KL^4.$$

Ce résultat concorde avec celui trouvé par M. W. Froude dans son Mémoire sur le *Déplacement utile* paru dans les *Transactions of the Institution of Naval Architects* en 1874.

Tout ceci s'applique uniquement aux navires dans lesquels les dimensions et le tirant d'eau varient proportionnellement.

La variation des dimensions aurait approximativement pour effet d'augmenter le poids de toutes les parties de la construction qui résistent à la flexion longitudinale, proportionnellement à la largeur, et de les réduire proportionnellement au creux; ce dernier mesurant le bras de levier de la force de résistance de ces parties à la flexion. Tel est aussi le résultat auquel est parvenu M. Froude, et il concorde avec le résultat final de M. Normand (p. 5) qui donne $\frac{L}{C} D^{\frac{4}{3}}$ pour le poids total de la coque, à cette différence près que L^4, d'après ce qui précède, serait substitué à $D^{\frac{4}{3}}$.

Il faut essayer maintenant de concilier les résultats de l'expérience avec la théorie ci-dessus indiquant que le poids de coque devrait être proportionnel à L^4 ou $D^{\frac{4}{3}}$. J'ai comparé les poids de coque de beaucoup de grands navires de types semblables et de dimensions très variées et je ne puis trouver aucun exemple montrant qu'il soit nécessaire d'augmenter le poids, en vue d'augmenter la solidité longitudinale, dans une proportion supérieure au cube des dimensions linéaires.

Dans cette discussion, il faut laisser de côté les petits navires, dans lesquels l'épaisseur du bordé doit être beaucoup plus forte, en vue de la rigidité, qu'il n'est nécessaire pour résister aux efforts longitudinaux. A ce propos, et au sujet des chiffres donnés par M. John aux *Naval Architects* en 1874, je ferai observer que M. John lui-même a dit, dans un autre Mémoire lu à la même Société en 1877, que si nous faisions varier l'épaisseur du bordé dans les navires de toutes les dimensions, jusqu'aux plus petits, d'après la formule de fatigue longitudinale, nous arriverions bientôt à des épaisseurs inadmissibles; et il a montré qu'en partant d'un petit navire de 200^{tx}, le bordé d'un navire de 120^m qui est actuellement de 19^{mm} serait d'après la formule de 50 à 60^{mm}.

Je vais essayer d'indiquer les raisons pour lesquelles le poids de coque, dans des navires semblables dont les dimensions sont si grandes que le poids de leur coque métallique est déterminé surtout par des considérations de force longitudinale, ne varie pas selon une puissance supérieure au cube des dimensions linéaires.

1. Dans les navires de 140^m et au-dessus, le tirant d'eau est limité par les bassins et les ports où ils ont à entrer et est pratiquement constant.

Dès lors, les moments fléchissants en eau calme seront proportionnels à

$$\frac{DL}{\text{tirant d'eau}} \text{ ou à } lL^2,$$

ou, quand l est proportionnel à L, les moments fléchissants en eau calme seront proportionnels à L^3.

2. L'addition au moment fléchissant en eau calme, qui résulte de l'influence de la houle, est, comme il a été dit plus haut, proportionnel à lL^3. Mais ceci est basé sur l'hypothèse que la hauteur de la houle est proportionnelle à sa longueur. Or, tel n'est pas le cas, car le rapport de la hauteur à la longueur diminue quand la longueur augmente, bien que, faute de données, on ne puisse dire selon quelle loi, ni dans quelle mesure. Si la hauteur

de la houle était constante, quelle que fût sa longueur, le moment fléchissant serait à peu près proportionnel à lL^3. D'après ce que l'on sait de la hauteur des grandes houles, il est certainement supérieur à lL^2, mais un peu inférieur à lL^3. Un autre fait qui a son influence, c'est que, à mesure que la longueur d'un navire augmente, une houle de même longueur met plus de temps à le dépasser, et les efforts alternatifs de tension et de compression sur chaque partie de la coque se succèdent moins rapidement.

D'après ce qui précède, l'augmentation du moment fléchissant avec les dimensions du navire serait moins rapide que lL^3 et le poids de coque augmenterait dans des navires semblables selon une loi comprise entre L^3 et L^4.

3. Mais ceci est basé sur cette autre hypothèse que, pour résister à l'effort additionnel dû à l'accroissement des dimensions, il est nécessaire d'augmenter le poids de tout l'ensemble de la coque. Or, il n'en est pas ainsi. En augmentant les dimensions, on n'accroît pas l'épaisseur du bordé et les échantillons des cornières de toute la coque également partout.

L'augmentation de fatigue due à l'augmentation des dimensions et du moment fléchissant est combattue principalement par l'augmentation d'épaisseur des parties qui ont plus spécialement à supporter l'effort de flexion longitudinale, c'est-à-dire les hauts, les fonds et les bouchains. On prévient également les accroissements de poids inutiles par une meilleure main-d'œuvre et par une meilleure répartition de la matière dans les parties les plus importantes de la coque des grands navires, comme l'indique d'ailleurs M. Normand.

Je ne pourrais donner de chiffres sans étendre beaucoup trop ces remarques; mais je voudrais montrer que, si on le faisait, en tenant compte des observations (1) et (2) ci-dessus, on trouverait que le poids de l'acier ne varie pas beaucoup plus vite que le cube de la longueur. Ceci s'applique à des navires semblables, dans lesquels le nombre des ponts ne croît pas avec les dimensions et ne s'applique directement qu'aux parties métalliques de la coque.

En ce qui concerne les parties en bois, ponts, emménagements, etc., on voit aisément qu'une grande portion ne varie pas en poids beaucoup plus vite que le carré des dimensions linéaires. Les ponts, à nombre égal et à épaisseur égale, varieront en poids seulement comme lL, ou comme L^2 dans des navires semblables. Par suite, le poids de ces navires ne varie pas beaucoup plus vite que le carré de la longueur. Ceci ne s'applique que dans les limites entre lesquelles le nombre et l'épaisseur des ponts, ainsi que l'épaisseur des autres constructions en bois restent constants.

Pour les raisons qui précèdent, je crois pouvoir affirmer qu'en pratique les poids de navires semblables sont proportionnels à L^3 et non à L^4.

M. Normand indique au bas de la page 7 l'une des réelles causes de limitation de la vitesse en mer, cause qui se fera pratiquement sentir si l'on dépasse beaucoup la longueur maxima actuelle des navires, 180^m : je veux dire la limitation du tirant d'eau. Aujourd'hui, $8^m,20$ en est l'extrême limite pour les plus grands navires. Si l'on augmente les dimensions de ces navires, en conservant leurs formes semblables, leur déplacement variera seulement comme L^2, tandis que le poids de coque varie approximativement comme L^3. Et il suffirait d'aller plus ou moins loin pour atteindre la limite de vitesse sur laquelle M. Normand appelle l'attention. Mais, d'après mes recherches, cette limite ne serait pas atteinte aussi vite que les siennes l'indiquent.

MÉTHODE

POUR LA DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS MÉCANIQUES

DES PROPULSEURS HÉLICOÏDAUX [1],

PAR M. S. DRZEWIECKI.

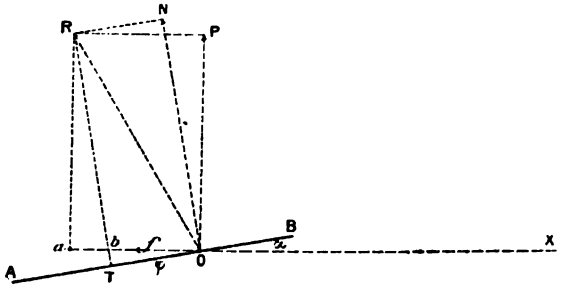
Un élément plan qui se meut, avec une vitesse uniforme, dans un milieu fluide résistant en faisant, avec la direction du mouvement, un angle d'incidence constant, éprouve, de la part du fluide rencontré, une résistance constante qui est fonction : de la vitesse du mouvement, de l'incidence de l'élément plan sur la tangente à la trajectoire, des dimensions de cet élément, de l'état de sa surface et enfin de la densité du fluide ainsi que de sa viscosité. Cette résistance peut toujours être représentée par deux composantes orthogonales, dont l'une est dirigée perpendiculairement à la tangente à la trajectoire et que nous appellerons *poussée utile* P, tandis que l'autre est dirigée suivant cette tangente même, mais dans le sens opposé au mouvement; elle constitue la *résistance nuisible f*. Le rapport de ces deux composantes varie avec l'incidence du plan. Nos calculs antérieurs, basés sur des formules empiriques, ainsi que des expériences directes, montrent que, dans les limites de la pratique, ce rapport $\frac{f}{P}$ est indépendant de la vitesse et qu'il n'est fonction que de l'incidence. En outre, nous avons fait voir [2] que ce rapport ne diminue avec l'incidence que jusqu'à une certaine limite, au delà de laquelle il commence à croître, tandis que l'incidence continue à diminuer. On peut, d'ailleurs, s'en assurer par la considération suivante :

Soit AB (*fig.* 1) un plan en mouvement dans un milieu fluide suivant la trajectoire OX, avec laquelle il fait un angle d'incidence α. La résistance OR, éprouvée par le plan, sera la résultante de la résistance ON, normale au plan, et de OT qui est fonction des frottements et que nous désignerons

[1] Communiqué à l'Académie des Sciences, par M. Léauté, à la séance du 4 avril 1892.
[2] *Les Oiseaux considérés comme des aéroplanes animés*, de S. Drzewiecki, p. 18.

par φ. Cette résistance OR peut être décomposée, ainsi que nous venons de le dire, en deux autres composantes, l'une P normale à la trajectoire, et

Fig. 1.



l'autre f opposée à la direction du mouvement. La résistance f se compose de ab et Ob, qui sont

$$ab = P \operatorname{tang} \alpha \qquad \text{et} \qquad Ob = \frac{\varphi}{\cos \alpha};$$

donc

$$f = P \operatorname{tang} \alpha + \frac{\varphi}{\cos \alpha} \qquad \text{et} \qquad \frac{f}{P} = \operatorname{tang} \alpha + \frac{\varphi}{P \cos \alpha}.$$

Si l'on fait varier α de 90° à 0°, la valeur de P, qui est nulle pour $\alpha = 90°$, augmentera progressivement, passera par un maximum aux environs de $\alpha = 27°$ (¹), puis diminuera jusqu'à devenir de nouveau nulle pour $\alpha = 0$; il s'ensuit que l'expression du rapport $\frac{f}{P}$, qui sera infinie pour $\operatorname{tang} \alpha = 0$, décroîtra avec la diminution de α, pour redevenir infinie pour $\alpha = 0$, puisque, pour α tendant vers zéro, l'expression du rapport tendra vers $\frac{\varphi}{P}$ et que P tend lui-même vers zéro. Il est donc évident que le rapport $\frac{f}{P}$ passera par une valeur minima.

L'incidence pour laquelle se produit le minimum du rapport $\frac{f}{P}$ sera appelée *incidence optima* et désignée par α, et nous appellerons μ la valeur minima du rapport $\frac{f}{P}$ à cette incidence; de sorte que

$$f = \mu P,$$

en conservant toujours les notations de f et de P pour les valeurs qu'auront les résistances utile et nuisible, à l'incidence optima.

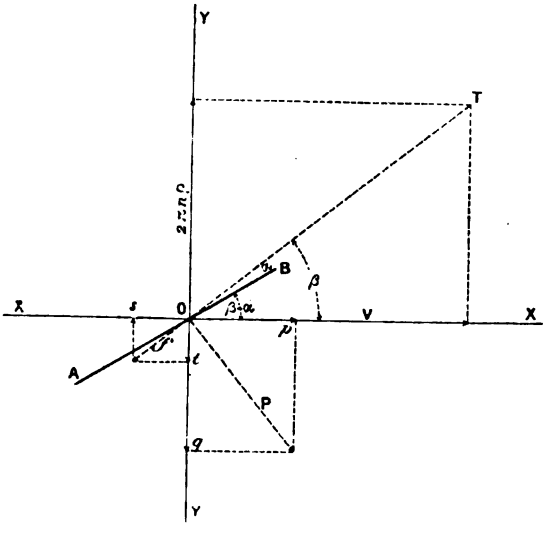
Telle est la loi que donne le calcul et que vérifie l'expérience, et que nous allons appliquer à l'étude des propulseurs hélicoïdaux. Nous pensons en avoir

(¹) *Les Oiseaux*, etc., p. 15.

déduit une méthode permettant de calculer les divers éléments d'une hélice dont on donnerait *a priori* les conditions de fonctionnement.

Considérons un point O (*fig.* 2) situé sur un rayon rigide Z projeté en O, fixé perpendiculairement à un axe de rotation XX, tournant avec une vitesse uniforme de n tours à la seconde; supposons qu'en même temps l'axe lui-même soit animé d'un mouvement de translation dans le sens de sa longueur avec une vitesse uniforme V. Du fait de l'avancement longitudinal du système,

Fig. 2.



le point O possédera une vitesse V dans le sens XX et, à cause de la rotation du rayon Z autour de l'axe, il sera animé d'une autre vitesse tangentielle dans le sens OY, qui sera exprimée par $2\pi n\rho$, en désignant par ρ la distance du point considéré à l'axe de rotation. La vitesse réelle du point O sera donc la résultante de ces deux vitesses et sera représentée, en grandeur et en direction, par la diagonale OT du rectangle dont les côtés sont V et $2\pi n\rho$. Cette diagonale OT est aussi la tangente à la trajectoire hélicoïdale décrite par le point O autour de l'axe XX : appelant β l'angle que fait cette tangente OT avec la génératrice du cylindre projeté en XX, nous aurons

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{2\pi n\rho}{V} \qquad \text{et} \qquad 2\pi n\rho = V \operatorname{tang}\beta. \tag{I}$$

Si le mouvement du point O a lieu dans un milieu fluide au repos, la vitesse relative du point O par rapport au fluide sera dirigée suivant OT.

Supposons un élément de plan se projetant sur AB, passant en O et incliné sur la tangente OT d'un angle fixe égal à l'incidence optima α, compté à partir de OT en sens inverse de β, de telle sorte que ce plan fasse avec XX l'angle $(\beta - \alpha)$. Le mouvement relatif de l'élément par rapport au fluide

ambiant s'effectuera sous l'incidence α. Ce plan éprouvera, par conséquent, une résistance constante dont les deux composantes P et f seront dirigées l'une perpendiculairement à OT et l'autre suivant OT, mais dans le sens opposé au mouvement. Ces deux composantes seront reliées, ainsi que nous l'avons vu, par la relation

$$f = \mu P.$$

Ces deux composantes se trouvant dans un plan parallèle au plan XY, leurs projections sur l'axe des Z seront nulles, tandis que leurs projections sur l'axe des X seront $+ Op$ et $- Os$, et sur l'axe des Y, $- Oq$ et $- Ot$. Exprimant ces projections en fonction de P, de μ et de β, on a

$$Op = P \sin\beta,$$
$$Os = f \cos\beta = \mu P \cos\beta,$$
$$Oq = P \cos\beta,$$
$$Ot = f \sin\beta = \mu P \sin\beta.$$

La somme algébrique de ces projections suivant l'axe des X sera

$$Op - Os = P(\sin\beta - \mu \cos\beta),$$

et suivant l'axe des Y,

$$-(Oq + Ot) = -P(\cos\beta + \mu \sin\beta).$$

La composante suivant OX aura pour but d'équilibrer une résistance à l'avancement $-R$; on aura donc

$$-R + P(\sin\beta - \mu \cos\beta) = o,$$

et, comme cette résistance R se produit à la vitesse d'avancement V, le travail utile sera

$$\mathfrak{T}_u = RV = PV(\sin\beta - \mu \cos\beta).$$

Pareillement, la composante suivant OY constituera, à la distance ρ du centre de rotation, un couple résistant qui devra équilibrer le couple moteur $F\rho$; donc

$$F\rho - P\rho(\cos\beta + \mu \sin\beta) = o,$$

et le travail moteur sera

$$\mathfrak{T}_m = 2\pi n \rho F = 2\pi n \rho P(\cos\beta + \mu \sin\beta);$$

mais, comme $2\pi n\rho = V \operatorname{tang}\beta$, on aura

$$\mathfrak{T}_m = PV(\cos\beta + \mu \sin\beta) \operatorname{tang}\beta.$$

Le coefficient d'utilisation du propulseur sera donc

$$K = \frac{\mathfrak{T}_u}{\mathfrak{T}_m}$$

ou, en remplaçant,

$$K = \frac{\sin\beta - \mu\cos\beta}{(\cos\beta + \mu\sin\beta)\tang\beta};$$

divisant le numérateur et le dénominateur par $\cos\beta$, on obtient

Coefficient de rendement : $$K = \frac{\tang\beta - \mu}{(1 + \mu\tang\beta)\tang\beta} \text{ (1).} \qquad \text{(II)}$$

Dans cette expression, on voit que, pour des valeurs de $\tang\beta$ inférieures à μ, le coefficient K est négatif, qu'il est nul pour $\tang\beta = \mu$, et que, pour des valeurs croissantes de $\tang\beta$, il augmente, passe par un maximum et décroît ensuite jusqu'à o, quand $\tang\beta$ tend vers l'infini.

Afin de déterminer ce maximum de la valeur de K, prenons la dérivée première de l'expression par rapport à $\tang\beta$, et égalons-la à zéro; après simplification, on trouve

$$\tang^2\beta - 2\mu\tang\beta - 1 = 0,$$

ce qui détermine la valeur de $\tang\beta$, dont nous ne prendrons que la valeur positive (la valeur négative représentant celle qui correspond à la position symétrique du plan AB par rapport à l'axe de rotation),

$$\tang\beta_m = \mu + \sqrt{\mu^2 + 1}.$$

Substituant dans l'expression de K cette valeur de $\tang\beta_m$ qui la rend maxima, on trouve

Coefficient de rendement maximum : $$K_m = \frac{1}{(\mu + \sqrt{\mu^2 + 1})^2}, \qquad \text{(III)}$$

Calculant, d'après cette formule, les valeurs de K_m qui correspondent à des valeurs de μ croissantes de o à 1, et les portant en ordonnées en prenant comme abscisses les valeurs correspondantes de μ, on peut tracer la courbe des variations du maximum de rendement en rapport avec celles de μ (*fig.* 3). Cette valeur de K_m, égale à l'unité pour $\mu = 0$, diminue très rapidement, ainsi que le montre la courbe, jusqu'à descendre à 0,17 pour $\mu = 1$.

La décroissance rapide du rendement nous montre les conditions défavorables dans lesquelles se trouve un élément du propulseur hélicoïdal, aussitôt que les conditions de vitesses pour lesquelles il a été calculé viennent à changer, car alors l'incidence n'étant plus α, μ augmente et le rendement

(1) En donnant à μ la forme $\mu = \tang(\arctang\mu)$, l'expression de K devient

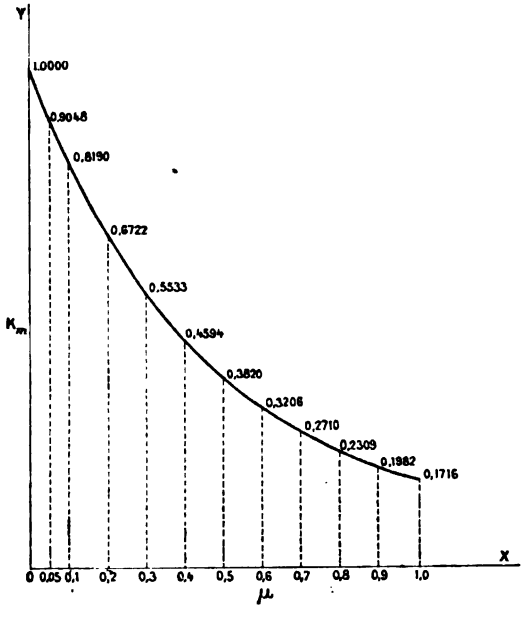
$$K = \frac{\tang(\beta - \arctang\mu)}{\tang\beta}.$$

Si les frottements n'existaient pas et que, par conséquent, le rapport $\frac{f}{P} = \mu$ se réduise à $\tang\alpha$, K deviendrait

$$K = \frac{\tang(\beta - \alpha)}{\tang\beta}.$$

tombe rapidement. C'est ce qui arrive lorsque, par exemple, la marche du moteur n'est pas régulière. C'est aussi à l'irrégularité de la marche de la machine motrice, due aux variations du couple moteur, considérable surtout lorsque la machine ne travaille pas à pleine charge, que M. A. Kriloff, professeur à l'Académie navale de Saint-Pétersbourg, attribue avec beaucoup

Fig. 3.



de raison le phénomène, paradoxal et mal expliqué encore, qu'on désigne sous le nom de *recul négatif*. Il arrive parfois, principalement lorsque la machine motrice travaille dans des conditions inférieures à sa puissance normale, que le chemin parcouru par le bateau, divisé par le nombre de tours du propulseur, se trouve être supérieur au pas de l'hélice; ce cas, qui rationnellement ne pourrait pas avoir lieu, trouve son explication dans la manière dont on apprécie les vitesses; en effet, on considère la vitesse de rotation comme uniforme, ainsi que la vitesse d'avancement du bateau, on divise l'espace moyen parcouru par le nombre moyen de tours et l'on arrive à trouver un recul négatif. En réalité, ni la vitesse de rotation, ni, par conséquent, la vitesse d'avancement ne sont uniformes, et cette considération change l'aspect des choses. Supposons, par exemple, que l'hélice propulsive ait effectué sa première demi-révolution en une seconde de temps, et la demi-révolution suivante en deux secondes; il est évident que la vitesse moyenne aura été de 1 tour en trois secondes, mais il est bien évident aussi que l'avancement du bateau n'aura pas été le même que si, en réalité, l'hélice avait tourné avec une vitesse de 1 tour en trois secondes; l'effet

d'avancement est dû à la moyenne des carrés et non pas au carré de la moyenne des vitesses de rotation, et l'on sait que la moyenne des carrés est supérieure au carré de la moyenne.

Voilà donc l'explication simple et rationnelle du recul négatif.

Nous voyons, par ce qui précède, qu'une des conditions de bon rendement de l'hélice propulsive est la régularité la plus grande possible dans la marche de la machine motrice. En second lieu, la valeur de μ dépend aussi de l'état de la surface de l'aile de l'hélice, de son poli, de la forme de son maître couple, de son épaisseur, etc.; il faudra donc, dans la pratique, chercher à rendre ces conditions les plus favorables possible en vue de la réduction de μ.

Ces considérations nous montrent à quel point est important, pour l'étude du propulseur hélicoïdal, la détermination exacte du rapport μ.

Pour l'eau, nous ne possédons pas jusqu'à présent de données suffisamment précises pour la mesure de μ : on pourrait, il est vrai, chercher à déterminer sa valeur en se basant sur certaines formules empiriques employées dans la Marine et pour le calcul des conduites d'eau, mais cette méthode ne vaudra jamais la détermination directe de ce rapport μ par voie expérimentale; plus loin nous indiquerons une méthode d'expérimentation qui nous paraît rationnelle et commode.

Pour ce qui est de l'air, les déductions faites par nous sur la base des formules empiriques du colonel Duchemin, et les expériences directes du professeur Langley, de Washington, permettent dès aujourd'hui d'admettre que, dans l'air, la valeur de μ n'est pas supérieure à 0,044 avec une incidence voisine de 1°50'. Le professeur Langley a trouvé par expérience, pour une incidence de 2°, $\mu = 0,04$. Dans nos calculs, nous conserverons toutefois le chiffre supérieur déterminé par nous, afin de rester dans des conditions moins favorables que celles que nous réserve la pratique.

En adoptant pour l'air $\mu = 0,044$ et $\alpha = 1°50'$ et introduisant ces valeurs dans la formule qui donne la valeur du rendement maximum, on trouve pour l'air,

Rendement maximum dans l'air : $K_m = 0,9158$.

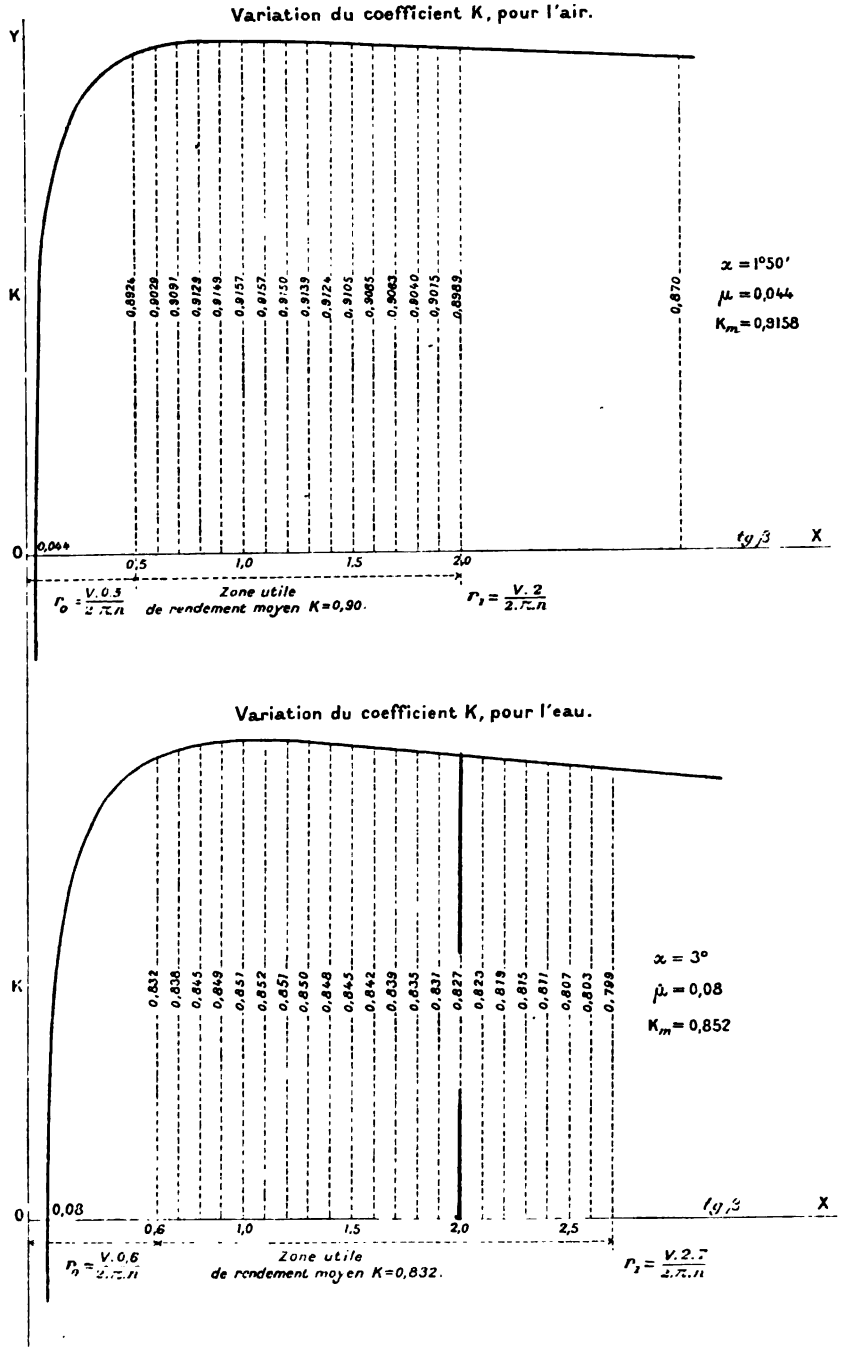
En remplaçant μ par sa valeur dans l'équation (II), on trouve

Rendement de l'hélice dans l'air : $$K = \frac{\operatorname{tang}\beta - 0,044}{(1 + 0,044 \operatorname{tang}\beta)\operatorname{tang}\beta}.$$

En donnant successivement à $\operatorname{tang}\beta$ des valeurs croissantes à partir de 0 par des augmentations de 0,1, portant ces valeurs comme abscisses et prenant comme ordonnées les valeurs correspondantes de K calculées d'après la formule, on trace la courbe (*fig.* 4) qui montre la variation du rendement K en fonction de celles de $\operatorname{tang}\beta$. Mais comme $2\pi n\rho = V \operatorname{tang}\beta$, l'augmentation de $\operatorname{tang}\beta$ est proportionnelle à celle de la longueur ρ du rayon, c'est-

à-dire que les abscisses sont directement proportionnelles aux longueurs de

Fig. 4.



l'aile de l'hélice en considérant l'origine des abscisses comme centre de rotation.

Cette courbe nous montre que la partie de la palette qui avoisine l'axe de rotation donne un rendement très défectueux (et même qu'au-dessous de $\tang\beta = 0{,}044$ ce rendement est négatif), que ce rendement devient d'environ 0,90 à une distance du centre correspondant à $\tang\beta_0 = 0{,}5$, qu'il se maintient au-dessus de cette valeur, en passant par un maximum, dans toute la partie de la palette comprise entre des rayons r_0 et r_1 qui correspondent à $\tang\beta_0 = 0{,}5$ et $\tang\beta_1 = 2$, et qu'ensuite il diminue progressivement, asymptotiquement à l'axe des X.

Ceci indique que, pour avoir un bon rendement de l'hélice dans l'air, il faut donner au propulseur un rayon extrême r_1 déterminé par la formule

Rayon extrême de l'hélice dans l'air : $r_1 = \frac{V}{\pi n}$, puisque $\tang\beta_1 = 2$.

Il faut, en outre, que la surface de la palette ne commence qu'à une distance du centre

Rayon initial : $r_0 = \frac{0{,}5\,V}{2\pi n} = \frac{r_1}{4}$.

La moyenne des rendements pour toute la longueur de la palette comprise entre r_0 et r_1 est, dans l'air,

Rendement moyen de l'hélice dans l'air : $K = 0{,}90$.

Pour l'eau, ce rendement est un peu inférieur. La seconde courbe de la *fig.* 4, qui représente les variations du coefficient de rendement pour l'eau, a été tracée de la même façon que la première, c'est-à-dire en calculant K d'après la formule (II), dans laquelle la valeur de μ a été prise $\mu = 0{,}08$; c'est la valeur probable du rapport μ pour une incidence optima qui, pour l'eau, est probablement aux environs de $\alpha = 3°$. Alors le rendement maximum pour l'eau devient

Rendement maximum pour l'eau : $K_m = 0{,}852$.

Afin d'éviter une surface de palette considérable et d'arriver, malgré cela, à produire la poussée nécessaire, il faudra, pour l'eau, utiliser une longueur de palette plus grande que dans le cas de l'hélice dans l'air. On pourra prendre pour limites de la zone utile $\tang\beta = 0{,}6$ et $\tang\beta = 2{,}7$, ce qui donne pour le rayon extrême

Rayon extrême de l'hélice dans l'eau : $r_1 = \frac{2{,}7\,V}{2\pi n}$,

et pour la valeur du rayon du moyeu

Rayon du moyeu : $r_0 = \frac{0{,}6\,V}{2\pi n}$.

Entre ces limites, le rendement moyen de la palette sera

Rendement moyen de l'hélice dans l'eau : $K = 0,832$.

On se rend très bien compte qu'il est important que la vitesse des éléments du propulseur, relativement au fluide, fasse un angle constant α avec la surface de l'élément. Il en résulte que, si l'on coupe l'aile par une surface cylindrique dont l'axe serait XX, la section de la palette sera une hélice de cette surface cylindrique rencontrant, sous un angle α constant, les trajectoires relatives des points de ce cylindre. La surface de l'aile sera engendrée par la succession de ces hélices placées l'une au-dessus de l'autre, sur un rayon principal Z, à des distances ρ correspondantes aux valeurs croissantes de $\operatorname{tang}\beta$.

Le pas de cette surface sera exprimé par l'équation

$$H = \frac{2\pi\rho}{\operatorname{tang}(\beta - \alpha)}.$$

On a d'ailleurs

$$\operatorname{tang}(\beta - \alpha) = \frac{\operatorname{tang}\beta - \operatorname{tang}\alpha}{1 + \operatorname{tang}\beta \operatorname{tang}\alpha}.$$

En remplaçant $\operatorname{tang}(\beta - \alpha)$ par sa valeur, on trouve

$$H = \frac{2\pi\rho(1 + \operatorname{tang}\beta \operatorname{tang}\alpha)}{\operatorname{tang}\beta - \operatorname{tang}\alpha};$$

et puisque $\operatorname{tang}\beta = \frac{2\pi n\rho}{V}$ on aura enfin, pour l'expression du pas,

Pas variable de la surface hélicoïdale du propulseur :

$$H = \frac{2\pi\rho(V + 2\pi n\rho \operatorname{tang}\alpha)}{2\pi n\rho - V \operatorname{tang}\alpha}. \qquad \text{(IV)}$$

L'expression de H montre que le pas de la surface est variable, qu'il va d'abord en diminuant, passe par un minimum et augmente ensuite. Afin de déterminer ce minimum du pas, égalons à zéro la dérivée première de cette expression par rapport à ρ. On trouve, pour la longueur du rayon correspondant au pas minimum, en effectuant les calculs et simplifiant,

Rayon de l'hélice correspondant au pas minimum :

$$r_m = \frac{V}{2\pi n}(\operatorname{tang}\alpha + \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha}). \qquad \text{(V)}$$

Nous savons que $2\pi n r_m = V \operatorname{tang}\beta_m$: donc la tangente de β qui correspond au pas minimum sera

$$\operatorname{tang}\beta_m = \operatorname{tang}\alpha + \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha}.$$

En remplaçant ρ par r_m dans l'équation du pas, on trouve la valeur du pas

minimum :

Valeur du pas minimum : $$H_m = \frac{V}{n}\left(2 \operatorname{tang}\alpha \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha} + 2 \operatorname{tang}^2\alpha + 1\right). \qquad \text{(VI)}$$

Ce qui, pour une valeur déterminée de α, donne

$$H_m = A\frac{V}{n},$$

A étant un coefficient numérique. Pour l'air, lorsque $\alpha = 1^\circ 50'$, on a

Pas minimum de l'hélice dans l'air : $$H_m = 1{,}066\frac{V}{n}.$$

De même, en admettant comme précédemment pour l'eau $\alpha = 3^\circ$, on trouve la valeur du pas minimum :

Pas minimum pour l'eau : $$H_m = 1{,}11\frac{V}{n}.$$

Ayant ainsi établi les formules pour le calcul de la longueur de l'aile, de la forme de sa surface et de son pas aux différents points du rayon principal, il reste encore à déterminer les dimensions longitudinales du propulseur, dans le sens de l'axe, c'est-à-dire la fraction de pas des ailes aux différentes hauteurs; ceci complétera la détermination de tous les éléments mécaniques et géométriques du propulseur. Pour cela, nous nous baserons sur les considérations suivantes :

Il s'agit de donner à l'aile de l'hélice des dimensions telles que, pour un nombre de tours donné et pour un diamètre déterminé par le moyen indiqué plus haut, la surface de l'aile soit suffisante pour produire un travail utile de propulsion $\mathfrak{T}_u$, ou bien nécessiter pour sa rotation, à la vitesse admise, un travail moteur $\mathfrak{T}_m$.

Nous avons vu que le travail utile fourni par chaque élément hélicoïdal pouvait s'exprimer par

$$d\mathfrak{T}_u = V(\sin\beta - \mu\cos\beta)\,dP,$$

où $d\mathfrak{T}_u$ est le travail élémentaire et dP la poussée utile élémentaire.

De même, le travail moteur élémentaire s'exprimera par

$$d\mathfrak{T}_m = V(\cos\beta + \mu\sin\beta)\operatorname{tang}\beta\,dP.$$

Pour une incidence constante α, la poussée utile P dépendra uniquement de la vitesse d'avancement, de la dimension de la surface et de la qualité du fluide; elle pourra s'exprimer par la formule

$$P = \lambda V'^2 S, \qquad \text{(VII)}$$

où S représente la dimension de la surface (en mètres carrés), V' la vitesse d'avancement (en mètres à la seconde) et λ un coefficient déterminé par l'expérience.

Nos calculs, confirmés par les observations directes du professeur Langley, permettent, sans trop d'erreur, d'attribuer à λ une valeur de 0,0124 dans le cas d'un plan se mouvant dans l'air en faisant avec la direction du mouvement un angle d'incidence $\alpha = 1°50'$. La valeur de P est alors donnée en kilogrammes. Par analogie, on peut conclure que, pour l'eau à l'incidence de 3°, la valeur de λ sera voisine de 17.

En appelant l la longueur de l'élément hélicoïdal considéré (mesurée sur l'hélice d'intersection de la surface de l'aile avec un cylindre dont l'axe est XX et le rayon ρ) et $d\rho$ la largeur de la bande élémentaire hélicoïdale, suivant le rayon de l'aile, nous voyons qu'en vertu de la formule (VII) la poussée élémentaire sera exprimée par

$$dP = \lambda V'^2 l\, d\rho,$$

où V' est la vitesse avec laquelle l'élément rencontre le fluide; elle est représentée par l'hypoténuse du triangle rectangle dont les côtés sont V et $2\pi n\rho$ et qui se projette sur l'axe XX en V; elle sera donc exprimée par

$$V' = \frac{V}{\cos\beta};$$

en substituant, on aura

$$dP = \frac{\lambda V^2}{\cos^2\beta} l\, d\rho.$$

Le travail utile élémentaire aura, par conséquent, pour expression

$$d\mathfrak{T}_u = \frac{\lambda V^3(\sin\beta - \mu\cos\beta)}{\cos^2\beta} l\, d\rho,$$

En appelant R la résistance à l'avancement dans le sens XX et N le nombre d'ailes, le travail utile total, égal à RV, sera exprimé par

$$\mathfrak{T}_u = N\lambda V^3 \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sin\beta - \mu\cos\beta}{\cos^2\beta} l\, d\rho, \qquad \text{(VIII)}$$

r_0 étant le rayon du moyeu et r_1 le rayon extrême de l'aile, choisis de façon à avoir un rendement maximum, ainsi que nous l'avons exposé plus haut.

De même, le travail moteur sera exprimé par l'équation

$$\mathfrak{T}_m = N\lambda V^3 \int_{r_0}^{r_1} \frac{\cos\beta + \mu\sin\beta}{\cos^2\beta} \operatorname{tang}\beta\, l\, d\rho. \qquad \text{(IX)}$$

Il y a une infinité de manières de satisfaire aux équations (VIII) et (IX); cela dépendra de la relation qu'on adoptera pour relier entre elles les variables l et β.

On choisira cette dépendance des variables, sur la base des considérations pratiques; elle devra contenir un seul paramètre arbitraire dont on calculera la valeur, soit au moyen de l'équation (VIII) en fonction de R, lorsque le

travail utile est connu, soit au moyen de l'équation (IX) lorsque c'est le travail moteur sur l'arbre qui est donné. On calculera ensuite les valeurs de $\mathfrak{T}_u$ et de $\mathfrak{T}_m$ dont le rapport est précisément le coefficient d'utilisation total, pour la forme admise de l'aile : il est évident que, dans tous les cas, ce coefficient, entre les limites r_0 et r_1 du rayon, adoptées par nous, ne pourra pas être inférieur à 0,90 pour l'air et à 0,80 pour l'eau, puisque les coefficients de rendement de tous les éléments de la surface entre ces mêmes limites sont supérieurs à ces valeurs.

Afin d'illustrer par des exemples les considérations générales que nous venons d'exposer, nous allons appliquer cette théorie à quelques cas particuliers.

Posons, par exemple, comme condition première, que la surface de l'aile devra être limitée, dans le sens de l'axe, par deux plans parallèles, perpendiculaires à cet axe.

En désignant par l la fraction de pas, mesurée sur la surface même, à une distance ρ du centre de rotation, et par L la distance entre les deux plans qui limitent la surface de l'aile, nous aurons

$$l = \frac{L}{\cos(\beta - \alpha)},$$

puisque l'incidence de la bande hélicoïdale élémentaire est constante et fait avec l'axe XX l'angle $\beta - \alpha$. Afin de déterminer L, prenons l'équation (VIII)

$$\mathfrak{T}_u = N\lambda V^3 L \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sin\beta - \mu\cos\beta}{\cos^2\beta\cos(\beta - \alpha)} d\rho.$$

Pour faciliter l'intégration, remplaçons la variable ρ par $\operatorname{tang}\beta$; puisque

$$\rho = \frac{V \operatorname{tang}\beta}{2\pi n},$$

on aura alors

$$\int_{r_0}^{r_1} \frac{\sin\beta - \mu\cos\beta}{\cos^2\beta\cos(\beta - \alpha)} d\rho = \frac{V}{2\pi n}\int_{\operatorname{tang}\beta_0}^{\operatorname{tang}\beta_1} \frac{(1 + \operatorname{tang}^2\beta)(\operatorname{tang}\beta - \mu)}{\cos\alpha + \operatorname{tang}\beta\sin\alpha} d\operatorname{tang}\beta,$$

les limites de l'intégration étant $\operatorname{tang}\beta_0$ et $\operatorname{tang}\beta_1$ comprenant entre elles la zone utile de l'aile; ainsi pour l'air

$$\operatorname{tang}\beta_0 = 0,5, \qquad \operatorname{tang}\beta_1 = 2,$$

et pour l'eau

$$\operatorname{tang}\beta_0 = 0,6, \qquad \operatorname{tang}\beta_1 = 2,7,$$

en admettant pour α et μ les valeurs :

Pour l'air.....	$\alpha = 1^\circ 50'$,	$\mu = 0,044$,
Pour l'eau.....	$\alpha = 3^\circ$,	$\mu = 0,08$

La valeur numérique de l'intégrale prise entre ces limites sera, en la désignant par A,

Pour l'air ..... $A = 5,41$,
Et pour l'eau ..... $A = 14,45$.

On en tirera l'expression de L :

Fraction du pas : $$L = \frac{2\pi n R}{A N \lambda V^3},$$

qui nous déterminera la distance L lorsqu'on connaît la résistance R.

Si l'on voulait déduire cette valeur de celle du travail moteur $\mathfrak{T}_m$, on n'aurait qu'à appliquer l'équation (IX)

$$\mathfrak{T}_m = \lambda V^3 N L \int_{r_0}^{r_1} \frac{\cos\beta + \mu \sin\beta}{\cos^2\beta \cos(\beta - \alpha)} \operatorname{tang}\beta \, d\rho$$

et, comme précédemment,

$$\mathfrak{T}_m = \frac{\lambda V^4 N L}{2\pi n} \int_{\operatorname{tang}\beta_0}^{\operatorname{tang}\beta_1} \frac{(1 + \mu \operatorname{tang}\beta)(1 + \operatorname{tang}^2\beta)}{\cos\alpha + \operatorname{tang}\beta \sin\alpha} \operatorname{tang}\beta \, d\operatorname{tang}\beta.$$

Désignant par B la valeur numérique de cette intégrale définie, on aura

$$\mathfrak{T}_m = \frac{\lambda N L V^4}{2\pi n} B.$$

Le calcul de l'intégrale donne

Pour l'air..... $B = 5,843$,
Et pour l'eau..... $B = 18,04$.

Divisant $\mathfrak{T}_u$ par $\mathfrak{T}_m$, on trouve le coefficient K d'utilisation de ce propulseur :

$$K = \frac{\mathfrak{T}_u}{\mathfrak{T}_m} = \frac{A}{B};$$

pour l'air $K = 0,925$, pour l'eau $K = 0,801$.

On voit que ce coefficient est indépendant de la longueur L et, par conséquent, de la fraction de pas; il ne dépend que des limites β_0 et β_1, c'est-à-dire uniquement du diamètre de l'aile et du moyeu. Toutefois, dans la pratique, il convient de ne pas dépasser certaines limites pour la fraction de pas, environ $\frac{1}{10}$ du pas total pour chaque aile. Cela provient de ce qu'une surface plane rectangulaire qui se meut dans un fluide sous une incidence α éprouve plus de résistance utile, si elle avance dans le sens de sa plus petite dimension, que si elle rencontre les filets liquides suivant sa grande longueur. Il faut donc, autant que possible, donner à l'aile une petite fraction de pas. Le rayon de l'aile et du moyeu étant déterminé par le nombre de tours de la

machine et la vitesse d'avancement, tandis que la surface de l'aile est déterminée par le travail utile à produire, il peut arriver que la fraction de pas nécessaire dépasse le rapport maximum de $\frac{1}{10}$ du pas total, admis dans la pratique : cela diminuera le rendement du propulseur. Il faudra, dans ce cas, augmenter soit le nombre des propulseurs, soit celui des ailes, de façon que, avec les diamètres déterminés, on arrive à une fraction de pas qui pour chaque aile ne dépasse pas $\frac{1}{10}$ du pas total.

Comme second exemple, admettons que nous voulions donner à l'aile une forme telle que les poussées transversales, c'est-à-dire celles qui se trouvent dans des plans perpendiculaires à l'axe, soient uniformément réparties le long du rayon central de l'aile; dans ce cas, la résultante de toutes les poussées sera appliquée au milieu de la longueur de l'aile, et la distance de ce point au centre de rotation sera le bras de levier du couple moteur.

L'équation (IX) nous donne

$$\mathfrak{T}_m = N\lambda V^3 \int_{r_0}^{r_1} \frac{\cos\beta + \mu \sin\beta}{\cos^2\beta} \operatorname{tang}\beta\, l\, d\rho.$$

Nous admettons comme condition que

$$\frac{\cos\beta + \mu \sin\beta}{\cos^2\beta} \operatorname{tang}\beta\, l = C\rho,$$

où C est une constante à déterminer; mais puisque

$$\rho = \frac{V \operatorname{tang}\beta}{2\pi n},$$

nous aurons

$$l = \frac{CV \cos\beta}{2\pi n(1 + \mu \operatorname{tang}\beta)}.$$

Nous savons, en outre, que le coefficient d'utilisation $K = \frac{\mathfrak{T}_u}{\mathfrak{T}_m}$.

On peut donc écrire

$$\mathfrak{T}_m = \frac{RV}{K} = N\lambda V^3 C \int_{r_0}^{r_1} \rho\, d\rho,$$

d'où l'on tire

$$C = \frac{2R}{NK\lambda V^2(r_1^2 - r_0^2)};$$

substituant dans l'expression de l, on obtient pour le cas considéré

Fraction de pas : $$l = \frac{R \cos\beta}{N\pi n K\lambda V(r_1^2 - r_0^2)(1 + \mu \operatorname{tang}\beta)}.$$

Si l'on voulait, pour ce cas, connaître la valeur exacte du coefficient K, il faudrait exprimer C en fonction du travail moteur :

$$C = \frac{\mathfrak{T}_m}{N\lambda V^3(r_1^2 - r_0^2)},$$

et l'on substituerait dans l'expression de l :

$$l = \frac{\mathfrak{T}_m \cos\beta}{2\pi n N \lambda V^2 (r_1^2 - r_0^2)(1 + \mu \operatorname{tang}\beta)}.$$

On calculerait ensuite la valeur du travail utile, en remplaçant, dans l'expression de $\mathfrak{T}_u$, l par sa valeur; on la diviserait par $\mathfrak{T}_m$ et l'on trouverait le coefficient d'utilisation totale pour cette nouvelle forme d'aile. Dans la pratique, on peut se contenter d'assigner à K sa valeur moyenne entre les limites r_0 et r_1, trouvée plus haut.

On peut encore, pour la détermination de la forme de l'aile, se donner comme condition que ce soient les poussées longitudinales, parallèles à l'axe XX, qui devront être uniformément réparties le long du rayon principal; dans ce cas, il faudra poser

$$C = \frac{\sin\beta - \mu\cos\beta}{\cos^2\beta} l;$$

d'où

$$l = \frac{C\cos\beta}{(\operatorname{tang}\beta - \mu)},$$

et alors

$$\mathfrak{T}_u = N\lambda V^3 C \int_{r_0}^{r_1} d\rho;$$

donc

Fraction du pas pour un autre cas : $$l = \frac{R\cos\beta}{N\lambda V^2 (r_1 - r_0)(\operatorname{tang}\beta - \mu)}.$$

Par les exemples qui précèdent, on voit que la forme de l'aile dépend de la condition fondamentale qu'on se pose. Si l'on fait le tracé pour les trois cas que nous venons d'examiner, on voit que, dans le premier, l'aile va en s'élargissant en éventail du moyeu à la périphérie, tandis que dans les deux autres exemples la surface est plus large vers le moyeu, et va en se rétrécissant vers l'extrémité.

On peut varier à l'infini les formes des ailes du propulseur, selon les conditions initiales qu'on se donne pour relier les variables l et β. Afin d'éviter de trop grandes largeurs de surface au moyeu, on pourra se proposer que les poussées transversales, au lieu d'être uniformément réparties, comme dans notre deuxième exemple, aillent en augmentant suivant une loi simple d'accroissement exprimée, par exemple, par une fonction de la forme $(\rho + a)C$, où C est le paramètre à déterminer. Nous aurons, comme précédemment,

$$\mathfrak{T}_m = N\lambda V^3 \int_{r_0}^{r_1} l \frac{\cos\beta + \mu\sin\beta}{\cos^2\beta} \operatorname{tang}\beta \, d\rho = 2\pi n N \lambda V^2 \int_{r_0}^{r_1} l \frac{\cos\beta + \mu\sin\beta}{\cos^2\beta} \rho \, d\rho.$$

Nous poserons comme condition que la poussée transversale élémentaire s'exprime par $C(\rho + a)\,d\rho$; donc le travail du couple moteur s'exprimera par

$$\mathfrak{T}_m = 2\pi n N \int_{r_0}^{r_1} C(\rho + a)\rho \, d\rho$$

et il faut que l soit tel qu'il satisfasse à l'équation

$$\lambda V^2 \frac{l(\cos\beta + \mu \sin\beta)}{\cos^2\beta} = C(\rho + a);$$

d'où

$$l = \frac{C(\rho + a)\cos^2\beta}{\lambda V^2(\cos\beta + \mu\sin\beta)} = \frac{C(V\operatorname{tang}\beta + 2\pi n a)\cos\beta}{2\lambda V^2 \pi n(1 + \mu\operatorname{tang}\beta)}.$$

Pour déterminer la valeur de C, nous pouvons considérer l'équation

$$\mathfrak{T}_m = \frac{RV}{K} = 2\pi n N \int_{r_0}^{r_1} C(\rho + a)\rho\, d\rho,$$

$$\frac{RV}{K} = 2\pi n NC\left(\frac{r_1^3 - r_0^3}{3} + a\frac{r_1^2 - r_0^2}{2}\right),$$

ce qui donne

$$C = \frac{RV}{2\pi n NK\left(\frac{r_1^3 - r_0^3}{3} + a\frac{r_1^2 - r_0^2}{2}\right)},$$

et en remplaçant dans l'expression de l, on a définitivement

Fraction de pas déterminée pour un autre cas :

$$l = \frac{R(V\operatorname{tang}\beta + 2\pi n a)\cos\beta}{4\pi^2 n^2 NK\lambda V(1 + \mu\operatorname{tang}\beta)\left(\frac{r_1^3 - r_0^3}{3} + a\frac{r_1^2 - r_0^2}{2}\right)}.$$

Pour le tracé de l'aile, on calculera les différentes valeurs de l correspondant aux valeurs croissantes de $\operatorname{tang}\beta$, depuis $\operatorname{tang}\beta_0$ pour r_0 jusqu'à $\operatorname{tang}\beta_1$ pour r_1, et on les portera à leurs positions respectives sur le rayon principal, c'est-à-dire à des distances du centre $\rho = \frac{V\operatorname{tang}\beta}{2\pi n}$, en les mesurant sur les hélices résultant de la section de la surface de la palette par un cylindre du même rayon. On peut disposer ces longueurs l en les partageant en deux parties égales et portant sur la section hélicoïdale une moitié de chaque côté du rayon principal, ce qui partagera ainsi la palette longitudinalement en deux parties égales. Dans certains cas, comme par exemple celui des hélices dans l'air où, à cause de la légèreté nécessaire des organes, on évite les fortes épaisseurs, il est quelquefois avantageux de partager les largeurs l en deux parties représentant l'une 0,2 de la largeur totale, et l'autre 0,8 de l, puis de porter du côté de la génératrice d'entrée la partie égale à 0,2 de l, en laissant les 0,8 de la largeur, du côté de la génératrice de sortie, de façon que le rayon principal partage la surface totale de la palette en deux parties longitudinales dans le rapport de 1 à 5; voici pourquoi cette disposition est avantageuse : on sait que le centre de pression d'un plan qui se meut dans un fluide se trouve en un point qui dépend de l'incidence du plan sur la direction du mouvement; M. Joëssel a montré que la position de ce centre de pression est exprimée par la formule

$$d = (0,2 + 0,3\sin\alpha)l,$$

en appelant d la distance du centre de pression au bord antérieur du plan (ici ce sera la génératrice d'entrée), l la largeur du plan et α l'incidence; on peut conclure que pour de petites incidences, telles que l'incidence optima dans l'air et dans l'eau, l'expression se rapprochera de

$$d = 0,2l.$$

Donc, en disposant la surface de la palette ainsi que nous l'avons indiqué, les pressions seront uniformément réparties des deux côtés du rayon principal, qui deviendra ainsi le lieu des centres des pressions partielles. Cette disposition évitera la tendance à la torsion.

De tout ce qui précède on peut voir combien il est facile, par la méthode que nous proposons, de déterminer rigoureusement tous les éléments d'une hélice propulsive donnant un bon rendement, du moment que l'on connaît les valeurs des coefficients μ et λ.

Pour l'air, ces coefficients sont dès aujourd'hui suffisamment connus pour permettre de calculer, avec une approximation suffisante des propulseurs hélicoïdaux donnant des rendements moyens de 0,90.

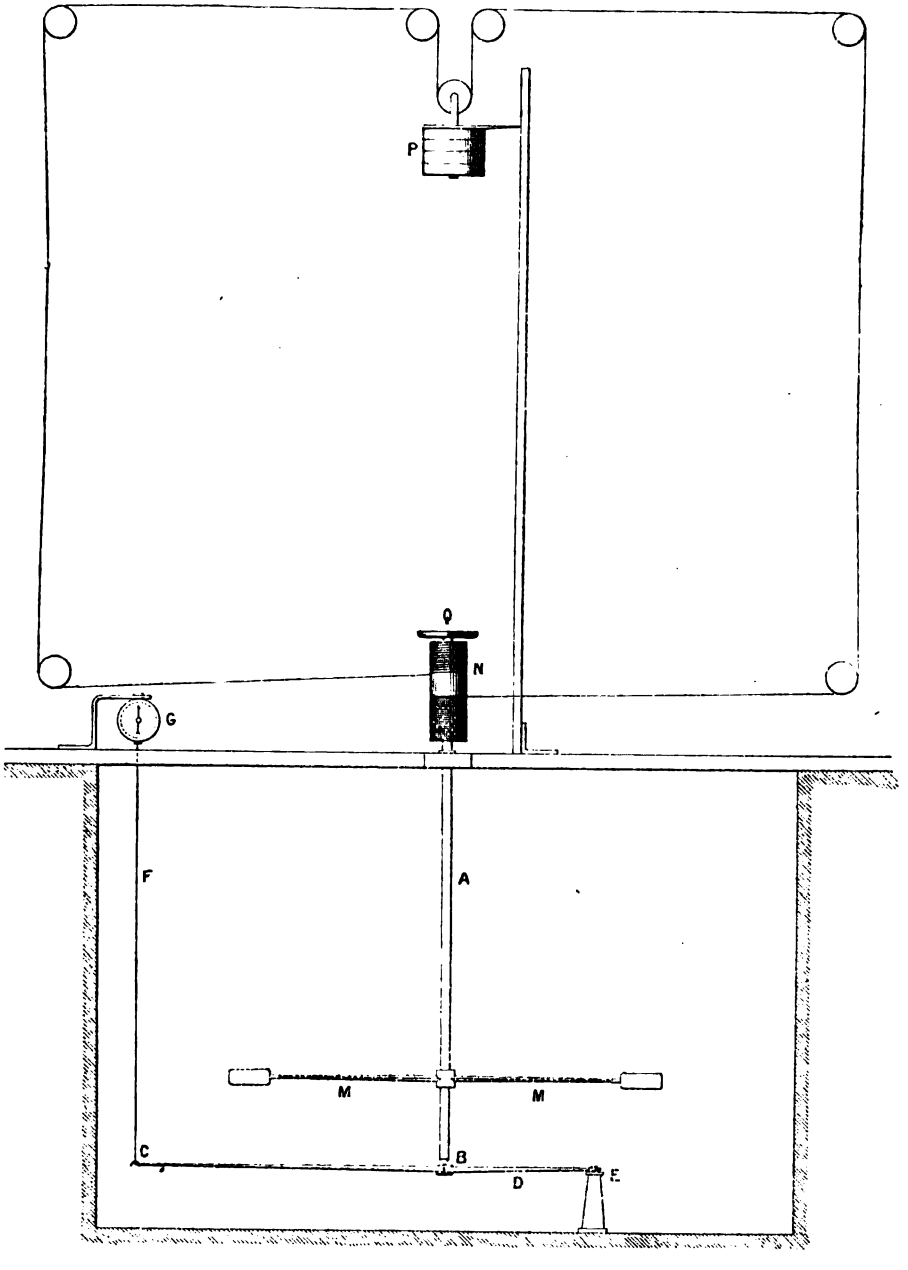
Pour ce qui est de l'eau, ces coefficients sont encore à déterminer; c'est pourquoi il serait extrêmement désirable d'entreprendre quelques expériences dans le but d'avoir une fois pour toutes ces éléments si indispensables pour le calcul des hélices propulsives.

L'expérience pourrait être tentée de la façon suivante :

Dans un bassin, de dimensions même restreintes, on disposerait un arbre vertical tournant A (*fig.* 5). L'extrémité inférieure de l'arbre serait supportée par une crapaudine B portée par un levier horizontal CD. Ce levier, représentant un fléau de balance, serait mobile sur un couteau E fixé sur un support. L'extrémité du fléau C serait reliée, au moyen d'une tige verticale F, au ressort d'un dynamomètre G, de façon que la tension du ressort donnerait la mesure de la pression que l'arbre A exerce sur la crapaudine portée par le fléau. Vers l'extrémité inférieure de l'arbre seraient fixés deux bras M, de section convenable pour ne pas opposer au mouvement dans l'eau de résistance considérable; la longueur de ces bras pourrait être de 1^m environ; ils seraient disposés dans le prolongement l'un de l'autre. La partie supérieure de l'arbre A, au-dessus du coussinet dans lequel l'arbre peut librement glisser dans le sens de sa longueur, porterait un tambour N de longueur suffisante et d'un diamètre pas trop considérable, $0^m,20$ environ. Sur ce tambour s'enrouleraient, dans deux sens opposés, les deux brins d'un câble métallique très mince et très flexible, de façon à être tangents au tambour à l'extrémité d'un même diamètre et tirant chacun dans un sens opposé. Ces câbles minces, passant sur des poulies de renvoi, remonteraient à une certaine hauteur, puis, revenant sur d'autres poulies, ils se réuniraient et porteraient, au moyen d'une poulie de palan, un poids P, qui servirait, par sa chute, de moteur pour faire tourner l'arbre par l'intermédiaire du tambour.

On commencerait d'abord une première série d'expériences servant à déterminer la résistance des bras seuls dans l'eau, tournant à des vitesses qu'on

Fig. 5.



augmenterait consécutivement par l'augmentation de la charge motrice; on n'enregistrerait les observations que lorsque la vitesse serait devenue uni-

forme : la descente du poids le long d'une règle graduée, mesurée au moyen d'un compteur à secondes, permettrait de constater l'uniformité de la vitesse; la charge déterminerait la résistance éprouvée. On tracerait, par ce moyen, une première courbe des résistances du mécanisme seul en fonction des vitesses.

Ensuite on fixerait, à l'extrémité des bras tournants, deux palettes d'un dixième de mètre carré de surface, par exemple; on les fixerait horizontalement de façon à ne pas avoir, pendant la rotation, de composante verticale.

On recommencerait la série d'expériences, qui donnerait une autre courbe analogue à la première, déterminant, par la différence des ordonnées des deux courbes, la résistance due aux frottements des palettes, à leur épaisseur, etc.

Ensuite on donnerait aux deux palettes une première inclinaison de 1° par exemple avec l'horizon, en faisant tourner les bras dans un sens tel que la composante verticale tende à soulever l'appareil. Il est évident que, lorsque le manège se mettra à tourner, l'arbre sera allégé et le dynamomètre relèvera le bras de levier; on ajoutera alors dans le plateau Q, placé sur l'extrémité supérieure de l'arbre vertical, des poids supplémentaires pour ramener l'observation à zéro. La valeur des poids ajoutés mesurera la poussée verticale due à la rotation des palettes, et le poids moteur déterminera la résistance nuisible, plus les résistances inertes du mécanisme, connues d'ailleurs par les expériences précédentes. En faisant varier les angles d'incidence des palettes et les vitesses de rotation, on arrivera facilement à trouver l'incidence pour laquelle le rapport de l'effort moteur à la poussée verticale sera minimum. On aura, par conséquent, α et μ. La mesure de la poussée verticale, connaissant la surface et la vitesse, déterminera du même coup λ. On voit donc combien il serait facile d'organiser des expériences pour la détermination directe de ces coefficients, si importants pour l'étude des hélices. Ces coefficients, une fois connus, donneraient la possibilité de calculer rigoureusement à l'avance tous les éléments des hélices propulsives pour chaque cas déterminé.

Le Mémoire de M. Drzewiecki a donné lieu aux observations suivantes :

M. Normand fait remarquer que l'angle formé par la face choquante de l'aile avec l'eau est estimé à 3°. Ce chiffre paraît très insuffisant. En effet, l'angle d'incidence formé par l'épaisseur de l'aile est rarement inférieur à 10°. Dans ce cas, l'extrados de l'aile attaquerait l'eau sous un angle de 7° pour actionner le navire en arrière.

En second lieu, M. Drzewiecki conseille de distribuer la surface des ailes de telle sorte que la pression de l'eau ne modifie point le pas. Il paraît utile, au contraire, de faire en sorte que le pas de l'aile diminue avec la pression qu'elle supporte, car, par suite du mouvement ascensionnel de l'eau à l'AR, l'aile descendante attaque l'eau sous un angle

beaucoup plus grand et exerce une pression beaucoup plus forte que l'aile ascendante. Si le pas diminue avec la pression en raison de la flexibilité des ailes, la différence entre les deux actions diminue aussi, et l'on se rapproche des conditions d'utilisation maxima où la pression de l'hélice est uniforme pour tous les angles du cylindre d'eau sur lequel elle agit.

M. Drzewiecki confirme cette idée en rappelant les essais faits par lui sur un canot avec une hélice absolument flexible, constituée par des lames de ressorts; dans ces expériences, il dit avoir obtenu une économie de 30 pour 100, comparativement aux résultats donnés par une hélice rigide.

M. Daymard, se plaçant à un autre point de vue, a fait remarquer que les essais d'hélices en eau calme donnent généralement de bons rendements, et conduisent à des fractions de pas très faibles; mais ces mêmes hélices seraient déplorables dans la grosse mer, parce qu'elles s'affoleraient beaucoup plus vite. On est donc conduit à augmenter la fraction de pas de l'hélice pour les navires qui sont appelés à faire un service régulier par tous les temps et souvent, sur les paquebots, les meilleures hélices à la mer ne sont pas celles qui ont donné les plus brillants essais : on prend une moyenne. Au lieu d'avoir, comme il conviendrait théoriquement, une hélice d'hiver et une hélice d'été, on choisit une hélice de demi-saison.

NOTE

RELATIVE A

UNE NOUVELLE MÉTHODE

POUR LE

CALCUL DES CARÈNES INCLINÉES[1],

PAR M. CH. DOYÈRE,
Ingénieur de la Marine,
Sous-Directeur de l'École d'application du Génie maritime.

I. — Exposé de la méthode nouvelle sous sa forme complète.

1. *Calculs relatifs à une carène isolée.* — Le calcul de la stabilité d'un navire sous des angles d'inclinaison finis exige des relevés très longs et des opérations laborieuses; toute recherche ayant pour but de les faciliter ou d'en abréger la durée présente par suite un certain intérêt.

Or, en étudiant les diverses solutions actuellement connues de cette question, il nous a paru possible d'aborder le problème dans une direction nouvelle et nous avons été conduits ainsi à la conception d'une méthode de calcul que nous allons exposer, et qui nous paraît pouvoir soutenir avantageusement la comparaison avec les plus rapides des méthodes en usage aujourd'hui.

Elle présente, en effet, un caractère d'extrême simplicité, aussi bien comme application que comme principe.

Comme dans la méthode de MM. Benjamin et Spence, on se borne à déterminer, pour une carène oblique donnée, son volume et la distance de son

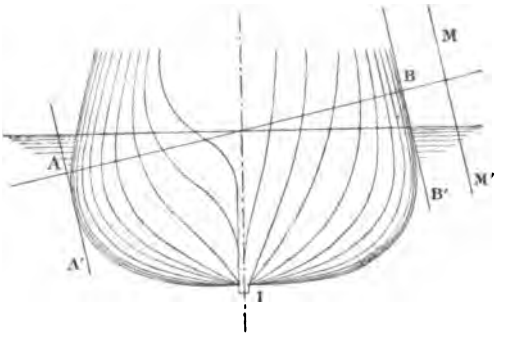
[1] L'étude suivante est un extrait de deux Notes plus complètes sur le même objet, rédigées en octobre 1891 et mars 1892; nous l'avons strictement réduite à sa partie pratique, en supprimant, en particulier, toute comparaison, au point de vue de l'exactitude et de la rapidité, entre les méthodes actuellement employées et celles dont nous présentons l'exposé : nous laissons à chacun le soin de faire ces comparaisons.

centre à un plan des moments perpendiculaire à l'intersection de la flottaison inclinée qui la limite avec les plans des couples.

Mais, au lieu de partager la carène en tranches par des plans parallèles à la flottaison inclinée, on la subdivise par des plans *perpendiculaires à cette flottaison et parallèles au plan des moments.*

Ainsi, soit (*fig.* 1), en projection sur le vertical du plan des formes, AB la flottaison oblique qui limite la carène considérée. Menons, perpendiculai-

Fig. 1.



rement à AB, deux plans tangents à la carène, ou du moins passant par ses points le plus à droite et le plus à gauche.

Entre ces plans extrêmes, intercalons n plans parallèles équidistants, numérotés de 1 à n, mais tels que si h est l'équidistance de ces plans, les plans 1 et n soient à une distance égale seulement à $\frac{h}{2}$ des plans $\overline{AA'}$ et $\overline{BB'}$.

Relevons dans chacune de ces sections les ordonnées des couples, comptées à partir de la flottaison AB. Il est clair que, si nous appelons Y_K la somme des ordonnées relevées dans la section inclinée d'ordre K en affectant du coefficient $\frac{1}{2}$ les deux ordonnées extrêmes, l'aire de cette section est représentée par λY_K (λ étant l'équidistance des couples du plan des formes).

Par suite, le volume de la carène est évidemment

$$V = h\lambda(Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_{n-1} + Y_n),$$

ou, en posant

$$S = (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_{n-1} + Y_n),$$

$$V = h\lambda S. \tag{1}$$

Cherchons le moment de ce volume par rapport à un plan des moments MM' parallèle aux sections obliques et situé à une distance $\frac{h}{2}$ de la section BB', en dehors de la carène.

Le cylindre élémentaire de hauteur h, qui correspond à la section d'ordre K, a pour volume $h\lambda Y_K$.

La distance de son centre de gravité au plan des moments est Kh. Donc son moment par rapport à ce plan est $h^2\lambda KY_K$ et le moment total de la carène est

$$M = h^2\lambda(1Y_1 + 2Y_2 + 3Y_3 + \ldots + (n-1)Y_{n-1} + nY_n)$$

ou, en posant

$$\Sigma = 1Y_1 + 2Y_2 + 3Y_3 + \ldots + (n-1)Y_{n-1} + nY_n,$$

$$M = h^2\lambda\Sigma.$$

On tire de là la valeur de la distance du centre de carène au plan des moments

$$\xi = \frac{M}{V}$$

ou

$$\xi = h\frac{\Sigma}{S}, \tag{2}$$

et, par suite, la distance Δ du fond de carène I à la verticale de la poussée,

$$\Delta = d - \xi, \tag{3}$$

en appelant d la distance du fond de carène au plan des moments.

On voit que la détermination des éléments intéressants d'une carène inclinée est tout ce qu'il y a de plus simple. On n'a à effectuer que des sommes d'ordonnées et les produits de ces sommes par les facteurs 1, 2, 3, ..., n. Mais pas de carrés d'ordonnées, pas de cubes, pas de formules où entre l'emploi des lignes trigonométriques.

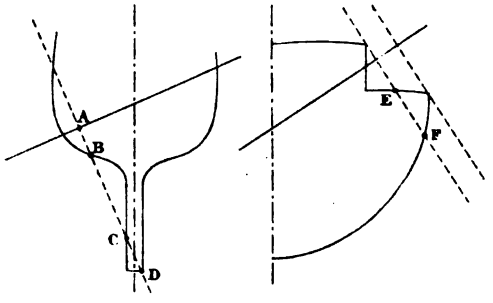
Le relevé des ordonnées s'effectue, comme à l'ordinaire, sur le vertical du plan des formes, ou mieux, lorsqu'on veut faire les déterminations avec plus de précision, sur un vertical à plus grande échelle (5^{cm} par mètre par exemple) que l'on exécute d'après le relevé du tracé à la salle.

En général, une section oblique ne rencontre chaque couple qu'en un point. Il arrive cependant que les couples de l'extrême avant et de l'extrême arrière, ou bien ceux qui présentent des formes discontinues sont coupés en deux ou plusieurs points par la même section : tel est par exemple le cas des deux couples représentés par la *fig.* 2. L'ordonnée correspondante est alors la partie de la trace de la section qui se trouve comprise à l'intérieur du couple, c'est-à-dire $(\overline{AB} + \overline{CD})$ dans le premier cas, $\overline{EF}$ dans le second. Ce sont ces quantités que l'on inscrira dans les Tableaux, en ayant soin de les distinguer d'une façon spéciale, en les soulignant par exemple, afin de rappeler qu'elles correspondent à des ordonnées que nous appellerons *singulières*. Nous verrons tout à l'heure la raison de cette distinction. Ces ordonnées sont d'ailleurs, en général, très peu nombreuses.

Pour relever les ordonnées, il serait commode de tracer deux verticaux complets, un pour l'avant, l'autre pour l'arrière, au lieu de deux demi-verticaux juxtaposés. Mais ce n'est nullement indispensable, et en reproduisant

le réseau des sections obliques dans deux positions symétriques par rapport au plan diamétral du navire, on arrive à faire très correctement les relevés en s'aidant d'une feuille de papier à calquer sur laquelle on reproduit le contour

Fig. 2.



des couples que l'on soupçonne de pouvoir être rencontrés en deux ou plusieurs points par une même section et en appliquant ce calque, dans la position voulue, sur le vertical.

Pour que les calculs présentent un caractère suffisant d'approximation, il faut que l'équidistance h des sections obliques ne soit pas trop grande, étant donné surtout que, dans cette méthode comme dans les autres, on ne fera pas en général de corrections d'aboutissement. Il paraît devoir suffire de prendre dans tous les cas n égal à 20.

2. *Calculs relatifs à une station correspondant à une inclinaison* θ. — Il s'agit maintenant de passer du calcul d'une carène inclinée unique à la détermination d'une station complète correspondant à une inclinaison donnée θ, de façon à pouvoir trouver les éléments de la stabilité pour les isocarènes d'un certain nombre de déplacements différents.

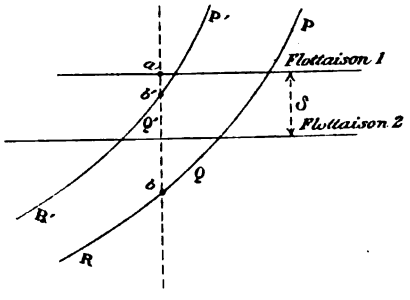
Pour cela, ayant tracé une flottaison n° 1 ayant l'inclinaison θ et limitant sûrement un volume supérieur au volume maximum que l'on aura à considérer, on trace, en dessous de cette flottaison 1, des flottaisons 2, 3, 4, ... parallèles et équidistantes : leur équidistance δ est absolument arbitraire, mais ne doit cependant pas devenir trop grande, sous peine de nuire à la précision des interpolations. En général on s'arrangera, s'il est possible, de façon que les flottaisons obliques 1 et 3 comprennent entre elles toute la tranche intéressante; on pourra cependant ajouter une quatrième et une cinquième flottaison, si on le juge utile. Il y a avantage, ainsi qu'on le verra ci-dessous, *à choisir pour* δ *un nombre rond,* par exemple $0^m,50$ ou 1^m suivant la grandeur du navire pour lequel on opère.

Les flottaisons inclinées étant tracées, ainsi que le réseau des sections obliques perpendiculaires à ces flottaisons, on relève les ordonnées de la carène 1 et l'on fait les calculs relatifs à cette carène, comme il a été dit ci-dessus, au moyen d'un Tableau du modèle de ceux qui font suite à cette Note.

Mais, s'il fallait recommencer les mêmes relevés et les mêmes calculs pour les carènes 2, 3, 4, ..., les opérations deviendraient très longues. Heureusement, les remarques suivantes permettent de déduire très rapidement les éléments des carènes 2, 3, 4, ... de ceux de la carène 1.

Soient les flottaisons inclinées 1 et 2. Considérons une des sections obliques. Pour un couple tel que PQR dont l'ordonnée $\overline{ab}$ correspondant à la carène 1

Fig. 3.



est plus grande que δ, l'ordonnée, dans cette même section, pour la carène 2, sera évidemment $\overline{ab} - \delta$.

Pour un couple tel que P'Q'R' dont l'ordonnée $\overline{ab'}$ correspondant à la carène 1 est plus petite que δ, l'ordonnée pour cette même section dans la carène 2 sera nulle.

De la seule inspection du Tableau des ordonnées de la carène 1, on déduit donc la valeur des ordonnées de la carène 2; il n'y a d'exception que pour les ordonnées singulières, pour lesquelles il faudra relever directement la quantité dont elles diminuent quand on passe de la carène 1 à la carène 2. Mais, comme elles sont peu nombreuses, la complication est peu sensible.

Voici donc pratiquement comment on passera de la carène 1 à la carène 2.

Pour chaque colonne correspondant aux diverses sections obliques :

1° On comptera le nombre n des ordonnées non singulières plus grandes que δ [1] et l'on fera le produit $n\delta$. C'est pour faciliter le calcul de ce produit qu'il est intéressant de prendre pour δ un nombre rond, comme nous l'avons dit ci-dessus.

2° On fera la somme p des ordonnées non singulières plus petites que δ.

3° On relèvera sur le plan la réduction C à opérer sur les ordonnées singulières.

On fera la somme $y = n\delta + p + C$.

---

[1] En comptant comme une demi-ordonnée seulement celles qui correspondent aux lignes PP.N et PP.R.

Il est évident que, si l'on pose

$$s_2 = y_1 + y_2 + \ldots + y_K + \ldots + y_{n-1} + y_n$$

et

$$\sigma_2 = 1y_1 + 2y_2 + \ldots + Ky_K + \ldots + (n-1)y_{n-1} + ny_n,$$

on aura

$$S_2 = S_1 - s_2$$

et

$$\Sigma_2 = \Sigma_1 - \sigma_2,$$

valeurs de S_2 et de Σ_2, d'où l'on déduira le V_2 et le Δ_2 correspondant à la carène 2.

On passera de la carène 1 à la carène 3 de la même façon, mais en remplaçant δ par 2δ.

De même on passera de la carène 1 à la carène 4, mais en remplaçant δ par 3δ, et ainsi de suite.

3. *Détermination des conditions de la stabilité pour les isocarènes d'un déplacement donné.* — On fera de la sorte une série de stations correspondant aux inclinaisons de 10°, 20°, 30°, 40°, ... Puis, pour déterminer les hauteurs métacentriques et les bras de levier de redressement successifs correspondant à ces inclinaisons pour les isocarènes d'un volume donné, égal à V_0, on procédera, à la façon ordinaire, au moyen de courbes d'interpolation, dont le tracé, très simple, s'exécutera comme il suit :

Courbes d'interpolation. — On portera en abscisses les valeurs de V relatives, pour chaque inclinaison θ, aux carènes limitées par les flottaisons obliques 1, 2, 3, 4, ... Sur les ordonnées correspondant à ces abscisses, on portera les valeurs corrélatives de Δ, puis on joindra par des courbes continues les points relatifs à une même valeur de θ.

On aura ainsi un faisceau de courbes.

Si l'on prend maintenant sur l'axe des volumes une abscisse égale à V_0 et si l'on mène l'ordonnée correspondante, l'intersection de cette ordonnée avec les diverses courbes donnera les valeurs de Δ correspondant au volume V_0 et aux inclinaisons successives $\theta = 10°$, $\theta = 20°$, $\theta = 30°$, ..., etc.

Une fois Δ connu pour des valeurs données de V_0 et de θ, on a la hauteur métacentrique correspondante par la formule

$$H = \frac{\Delta}{\sin\theta} - c_0,$$

dans laquelle c_0 représente la hauteur, au-dessus du fond de carène, du centre de la carène droite de volume égal à V_0.

Le bras de levier X du couple de stabilité de formes est de même donné par la formule

$$X = \Delta - c_0 \sin\theta,$$

et le bras de levier b du couple total de stabilité ou *bras de levier de redressement* par la formule

$$b = \Delta - g \sin \theta,$$

dans laquelle g est la hauteur, au-dessus du fond de carène, du centre de gravité correspondant à l'état de chargement considéré.

Il peut être intéressant de connaître la profondeur de carène à laquelle correspond chacune des flottaisons isocarènes de V_0. Pour cela, on tracera pour chaque station, sur les mêmes abscisses que ci-dessus, une courbe ayant pour ordonnées les profondeurs de carène relatives aux flottaisons obliques 1, 2, 3, 4, ... de cette station. Il suffira ensuite de prendre l'intersection de ces courbes avec l'ordonnée correspondant à l'abscisse V_0 pour avoir les profondeurs de carène cherchées.

4. On trouvera, à la suite de cette Note (*Pl. I*), un modèle des Tableaux à employer pour l'inscription des ordonnées et pour l'exécution des calculs qu'exige la méthode que nous venons d'exposer.

Les chiffres qu'il contient sont relatifs à l'*Iphigénie,* navire pour lequel nous avons effectué les calculs complets depuis 0° jusqu'à 50° d'inclinaison.

Nous donnons également le Tableau résumant les résultats des calculs, ainsi que le tracé des courbes d'interpolation qui ont servi à déterminer les éléments portés dans ce Tableau (*Pl. II*).

Voici, à titre de comparaison, les valeurs de la distance du fond de carène à la verticale de la poussée, trouvées pour l'*Iphigénie,* au déplacement de 3430 tonneaux (armement de 1891) : 1° par la méthode Benjamin et Spence; 2° par notre méthode complète.

IPHIGÉNIE. — *Distance du fond de carène à la verticale de la poussée.*

	Méthode	
	Benjamin et Spence.	nouvelle.
	m	m
Inclinaison de 10°	1,254	1,240
» 20°	2,445	2,420
» 30°	3,556	3,540
» 40°	4,523	4,480
» 50°	5,289	5,280

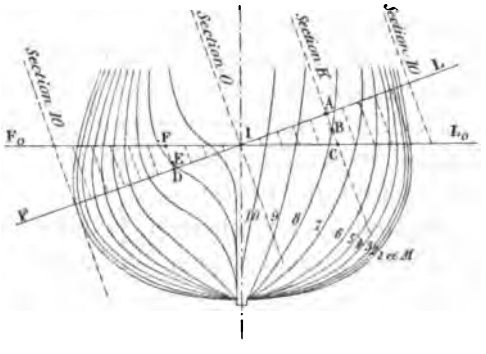
Ces chiffres montrent qu'il y a concordance entre la méthode Spence et la méthode nouvelle, dans les limites de l'approximation que paraissent comporter des calculs de ce genre.

II. — Méthode abrégée, applicable dans le cas où l'on n'a en vue que les isocarènes d'un seul déplacement.

5. *Principe de la méthode abrégée.* — Dans le cas où l'on ne cherche les éléments de la stabilité que pour les isocarènes d'un seul déplacement, ainsi qu'il arrive, par exemple, quand on fait les études d'un avant-projet de navire, on peut simplifier notablement les calculs et les relevés d'ordonnées en opérant comme il suit :

Soit (*fig.* 4) F_0L_0 la flottaison droite limitant le déplacement pour lequel on veut opérer. Menons la flottaison FL, isobathe de F_0L_0 et ayant l'inclinaison θ. Nous allons, comme dans la méthode complète exposée précédemment, opérer au moyen d'ordonnées perpendiculaires à FL; mais, au lieu

Fig. 4.



d'évaluer le volume et le moment de la carène totale limitée par FL, nous évaluerons seulement ces éléments pour les onglets compris entre FL et F_0L_0.

L'avantage qui en résulte est le suivant :

Si nous considérons une section d'ordre K, située à une distance Kh du point I, cette section détermine, dans le couple 8N par exemple, une ordonnée telle que AB; mais, dans tous les couples de numéro inférieur 7, 6, 5, ..., l'ordonnée AC qu'elle détermine n'a pas besoin d'être relevée : elle est la même pour tous et égale à Kh tangθ. Quant aux couples 9 et 10, ils ne sont point rencontrés par la section K dans les limites de l'onglet, et les ordonnées qui leur correspondent dans cette section sont nulles.

La quantité d'ordonnées qu'on a à relever sur le plan se trouve ainsi considérablement réduite. Les additions sont, en outre, rendues beaucoup plus rapides; car, dans chaque colonne correspondant à chaque section, un grand nombre d'ordonnées deviennent égales.

La répartition des ordonnées se fera d'une façon un peu différente de celle que nous avons indiquée précédemment pour la méthode générale.

On mènera une section 0 passant par le point I, une section 10 passant par le point extrême de l'onglet le plus large; on subdivisera l'intervalle entre la section 0 et la section 10 en dix parties égales et l'on prolongera la subdivision de part et d'autre de I, de façon à avoir dix ordonnées du côté de l'onglet immergé et autant du côté de l'onglet émergé. On tracera ensuite le réseau dans la position symétrique par rapport à l'axe du navire, et l'on relèvera :

A droite et au-dessus de F_0L_0, les ordonnées immergées de l'avant;

A gauche et au-dessus de F_0L_0, les ordonnées immergées de l'arrière;

A droite et au-dessous de F_0L_0, les ordonnées émergées de l'avant;

A gauche et au-dessous de F_0L_0, les ordonnées émergées de l'arrière.

Grâce à ces dispositions, la petite difficulté qui, dans le cas de la méthode complète, résultait de l'existence des ordonnées singulières (¹) se trouve éliminée, et il n'y a plus, par suite, aucune nécessité de reproduire le contour des couples, au moyen de papier à calquer, dans deux positions symétriques.

Comme dans la méthode complète, on fera les sommes des colonnes d'ordonnées, puis les sommes

$$S_i = Y'_1 + Y'_2 + \ldots + Y'_{10}$$

et

$$S_e = Y''_1 + Y''_2 + \ldots + Y''_{10}$$

relatives aux onglets immergés et émergés.

Si l'on appelle V_0 le volume de la carène droite F_0L_0, le volume de la carène oblique, limitée par FL, est évidemment

$$V = V_0 + h\lambda(S_i - S_e)$$

ou, en posant

$$S = S_i - S_e,$$

$$V = V_0 + h\lambda S.$$

De même, en posant

$$\Sigma_i = 1Y'_1 + 2Y'_2 + 3Y'_3 + \ldots + 10Y'_{10},$$

$$\Sigma_e = 1Y''_1 + 2Y''_2 + 3Y''_3 + \ldots + 10Y''_{10},$$

et

$$\Sigma = \Sigma_i + \Sigma_e,$$

la somme algébrique des moments des onglets, comptés positivement du côté de l'immersion, sera

$$m = m_i + m_e = h^2\lambda(\Sigma_i + \Sigma_e) = h^2\lambda\Sigma.$$

(¹) En réalité, il arrive, surtout dans les formes de l'arrière, que certaines ordonnées telles que DF (*fig.* 4) n'ont point leur pied dans la flottaison oblique limitant l'onglet; il est bien entendu que, pour de semblables ordonnées, on ne doit compter que la partie qui se trouve à l'intérieur de l'onglet, c'est-à-dire, dans le cas de la figure, EF et non DE. On appellera *singulières* et l'on soulignera dans les Tableaux les ordonnées qui se trouvent dans ce cas.

On en déduirait la distance du centre de gravité de l'ensemble des deux onglets au plan de la section 0. Mais nous n'avons pas besoin d'effectuer ce calcul pour la carène limitée par la flottaison FL. Ce qu'il nous faut, c'est passer des éléments de cette carène à ceux d'une carène limitée par une flottaison F_1L_1 parallèle à FL, et isocarène de F_0L_0.

Nous allons d'abord déterminer la distance ε entre les flottaisons F_1L_1 et FL.

Pour cela, remarquons que le point où chacune des ordonnées non singulières des onglets, tant immergé qu'émergé, rencontre la flottaison FL est le centre d'un rectangle, de surface égale à $h\lambda$, qui représente un élément de l'aire de cette flottaison. Si, par suite, nous appelons n'_1, n'_2, n'_3, ..., n''_1, n''_2, n''_3, ... le nombre des ordonnées non singulières de chaque section (du côté de l'immersion et du côté de l'émersion), et si nous posons

$$N_i = n'_1 + n'_2 + n'_3 + \ldots + n'_{10},$$
$$N_e = n''_1 + n''_2 + n''_3 + \ldots + n''_{10},$$
$$N = N_i + N_e,$$

l'aire de la flottaison FL est, avec une approximation suffisante pour ne pas entraîner d'erreur pratiquement sensible sur la valeur de ε, représentée par

$$A = h\lambda N.$$

En considérant donc la tranche comprise entre FL et F_1L_1 comme un cylindre droit ayant pour base la flottaison FL, nous aurons

$$h\lambda N\varepsilon = V - V_0 = h\lambda S.$$

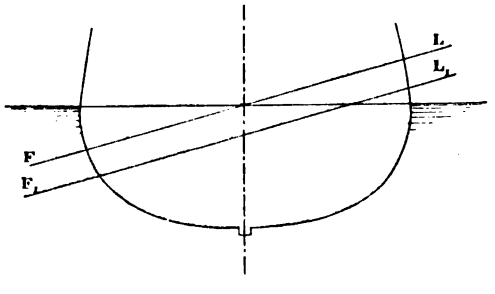
On tire de là

$$\varepsilon = \frac{S}{N}. \tag{1}$$

Nota. ε est positif si $S_i > S_e$, c'est-à-dire si FL est au-dessus de F_1L_1; il est négatif dans le cas contraire.

Voyons maintenant ce que deviendra le moment m des onglets.

Fig. 5.



En passant de FL à F_1L_1, toutes les ordonnées de l'onglet immergé sont diminuées de ε, toutes celles de l'onglet émergé sont augmentées de ε. Il suit

de là que, si nous posons

$$1n'_1 + 2n'_2 + 3n'_3 + \ldots + 9n'_9 + 10n'_{10} = Q_i,$$
$$1n''_1 + 2n''_2 + 3n''_3 + \ldots + 9n''_9 + 10n''_{10} = Q_e,$$

on aura

$$\Sigma'_i = \Sigma_i - Q_i\varepsilon$$

et

$$\Sigma'_e = \Sigma_e + Q_e\varepsilon;$$

d'où

$$\Sigma_1 = \Sigma'_i + \Sigma'_e = \Sigma_i + \Sigma_e - (Q_i - Q_e)\varepsilon,$$

ou, en posant

$$Q_i - Q_e = Q,$$

(2) $$\Sigma_1 = \Sigma - Q\varepsilon.$$

Le moment des nouveaux onglets, par rapport au plan de la section 0 sera donc

$$m_1 = h^2\lambda\Sigma_1.$$

Par suite, le moment de la carène oblique totale par rapport à ce même plan sera, en appelant c_0 la distance du centre de la carène droite en dessous de F_0L_0,

$$m = h^2\lambda\Sigma_1 - V_0c_0\sin\theta.$$

La distance de la verticale de la poussée au plan o est donc

$$\xi = \frac{m}{V_0} = \frac{h^2\lambda\Sigma_1}{V_0} - c_0\sin\theta;$$

sa distance au centre de carène C_0, c'est-à-dire le bras de levier du couple de stabilité de formes, est

(3) $$X = h^2\lambda\frac{\Sigma_1}{V_0},$$

et, enfin, le bras de levier de redressement est

(4) $$b = X - a\sin\theta,$$

a étant la distance du centre de gravité du navire au centre de carène C_0.

6. *Résumé des formules précédentes.* — En résumé, en posant

$S_i = Y'_1 + Y'_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + Y'_{10}\ldots\ldots\ldots$ (côté de l'immersion)
$S_e = Y''_1 + Y''_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + Y''_{10}\ldots\ldots\ldots$ (côté de l'émersion)
$S = S_i - S_e$
$\Sigma_i = 1Y'_1 + 2Y'_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 9Y'_9 + 10Y'_{10}\ldots$ (immersion)
$\Sigma_e = 1Y''_1 + 2Y''_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 9Y''_9 + 10Y''_{10}\ldots$ (émersion)
$\Sigma = \Sigma_i + \Sigma_e$
$N = n'_1 + n'_2 + \ldots + n'_{10} + n''_1 + n''_2 + \ldots + n''_{10}$ (nombre total des ordonnées)
$Q_i = 1n'_1 + 2n'_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10n'_{10}\ldots\ldots\ldots$ (immersion)
$Q_e = 1n''_1 + 2n''_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 10n''_{10}\ldots\ldots\ldots$ (émersion)
$Q = Q_i - Q_e,$

les seules formules à employer sont les suivantes :

(1) Distance de la flottaison isocarène de F_0L_0 à la flottaison isobathe. $\varepsilon = \frac{S}{N}$

(2) Valeur de..... $\Sigma_1 = \Sigma - Q\varepsilon$

(3) Distance du centre de carène primitif à la verticale de la poussée. $X = h^2\lambda \frac{\Sigma}{V_0}$

(4) Bras de levier de redressement..... $b = X - a \sin\theta$

6. *Tableaux pour l'application des calculs. Exemple.* — On trouvera ci-après, avec application au *Dupuy-de-Lôme,* un modèle des Tableaux à employer (*Pl. III*).

On remarquera que dans ce Tableau, pour ne pas surcharger les colonnes de chiffres tous identiques, on n'a inscrit explicitement que les ordonnées directement relevées sur le vertical, c'est-à-dire celles qui correspondent à des couples dont le contour est coupé par les sections dans l'intérieur des onglets. Pour les autres, l'ordonnée est soit zéro, lorsque la section est en dehors du couple, soit $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots, \eta_9$, quantités respectivement données par les formules

$$\eta_1 = h \tang\theta,$$
$$\eta_2 = 2h \tang\theta = 2\eta_1,$$
$$\eta_3 = \ldots\ldots\ldots = 3\eta_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

On a soin d'écrire ces valeurs à part dans les Tableaux de la station, et dans l'addition des colonnes, la sommation des ordonnées η est remplacée par une multiplication.

Voici, sauf erreur de calcul, les valeurs ainsi trouvées pour X (bras de levier du couple de stabilité de formes), mises en regard de celles que l'on a obtenues par la méthode de M. Daymard et par celle de MM. Guyou et Simart (voir *Mémorial du Génie maritime,* 2e livraison 1888), ainsi que par celle de MM. Reech et Risbec :

	Méthode			
	Guyou-Simart.	Daymard.	Reech et Risbec.	nouvelle abrégée.
	m	m	m	m
Inclinaison de 10°....	0,564	0,575	0,561	0,547
» 20°....	1,118	1,145	1,110	1,094
» 30°....	1,654	1,650	1,648	1,656
» 40°....	»	»	2,075	2,031
» 50°....	»	»	2,455	2,416

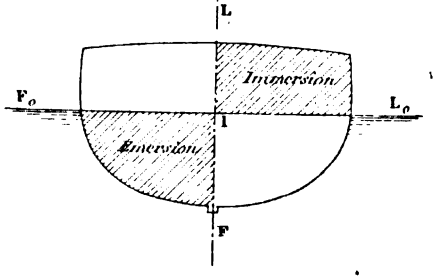
Ce Tableau accuse une concordance satisfaisante entre les résultats de la méthode de Reech et ceux de la méthode nouvelle abrégée, et il n'y a aucune raison d'attribuer *a priori* plus d'exactitude aux uns qu'aux autres.

7. *Remarque relative au calcul de la station correspondant à l'inclinaison de* 90°. — Il convient de placer ici quelques remarques relatives à

l'application de notre méthode abrégée pour les inclinaisons égales ou supérieures à 90°.

Pour l'inclinaison de 90°, la flottaison FL, isobathe de F_0L_0, se confond avec le plan diamétral du navire. L'onglet émergé F_0IF n'est alors autre chose

Fig. 6.

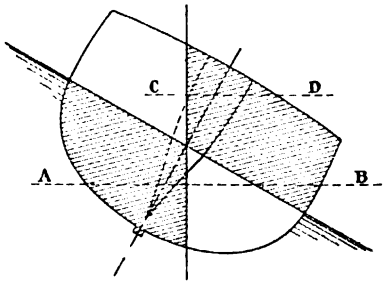


que la moitié de la carène droite limitée par la flottaison F_0L_0; on connaît donc son volume, égal à $\frac{V_0}{2}$, et la distance de son centre au plan F_0L_0, distance égale à C_0. Mais on devra néanmoins, pour pouvoir effectuer régulièrement les calculs, faire les relevés d'ordonnées pour cet onglet comme pour l'autre, en remarquant seulement que, s'il est le plus large des deux, ses ordonnées se confondent alors avec celles du plan des formes et se trouvent inscrites dans le Tableau n° 2 des calculs réglementaires de déplacement, qui contient également leurs sommes et les produits de ces sommes par les facteurs 1, 2, 3, ..., 9.

8. *Remarque relative aux inclinaisons supérieures à* 90°. — Aú delà de 90°, la méthode abrégée, que nous venons d'exposer, devient d'une application plus délicate, si l'on conserve les Tableaux de calculs tels que nous les avons dressés.

Il arrive, en effet, qu'un certain nombre de sections, telles que AB, coupent à la fois l'onglet émergé et l'onglet immergé. Il faudrait alors, dans les co-

Fig. 7.



lonnes correspondantes, inscrire pour chaque couple la différence de deux ordonnées. Il arrivera également que certaines sections, telles que CD, cou-

peront un même couple à bâbord et à tribord, dans l'intérieur du même onglet, ce qui obligerait à tracer le contour complet de ce couple, comme pour le relevé des ordonnées singulières dans la méthode complète.

Il résulterait de là une complication sensible; mais il n'arrivera guère qu'on ait besoin de dépasser l'inclinaison de 90° et le calcul sous sa forme ordinaire suffira pour tous les cas de la pratique.

III. — Extension de la méthode abrégée.

9. *Cas où l'on étudie la stabilité pour plusieurs déplacements voisins.* — La méthode abrégée que nous venons d'exposer peut s'étendre, dans de certaines limites, au cas où l'on étudie la stabilité, non plus pour un seul déplacement, mais pour un certain nombre de déplacements voisins.

Soient, en effet, comme ci-dessus :

V le volume de carène limité par la flottaison FL;
V_0 le volume de carène limité par la flottaison droite isobathe F_0L_0;
V′ le volume correspondant au déplacement pour lequel on veut opérer.

Appelons ε' la distance entre la flottaison FL et une flottaison isocline F′L′ limitant le volume V′.

En se reportant à ce qui précède, on voit immédiatement que l'on a, en assimilant la carène à un cylindre dans l'intervalle des flottaisons FL et F′L′,

$$h\lambda N\varepsilon' = V - V';$$

d'où

$$\varepsilon' = \frac{V - V'}{h\lambda N} = \frac{V_0 + h\lambda S - V'}{h\lambda N}$$

ou

$$\varepsilon' = \frac{S}{N} + \frac{V_0 - V'}{h\lambda N}$$

ou enfin, en posant

(A) $$u = \frac{V_0 - V'}{h\lambda},$$

(1′) $$\varepsilon' = \frac{S + u}{N}.$$

Le reste des calculs s'effectuera en substituant dans les formules relatives au cas précédent ε' à ε. Ainsi l'on aura

(2′) $$\Sigma'_1 = \Sigma - Q\varepsilon'.$$

Le moment des onglets par rapport au plan de la section o sera

$$m'_1 = h^2\lambda\Sigma'_1.$$

Par suite, le moment de la carène oblique totale, de volume V′, par rapport à ce même plan sera

$$\mathfrak{M} = h^2\lambda\Sigma'_1 - V_0c_0\sin\theta.$$

Par rapport au centre de la carène droite de volume V′, il sera, en appelant c' la distance de ce centre au point o,

$$\mathfrak{M}' = h^2\lambda\Sigma'_1 - V_0c_0\sin\theta + V'c'\sin\theta$$

ou

$$\mathfrak{M}' = h^2\lambda\Sigma'_1 + (V'c' - V_0c_0)\sin\theta.$$

Donc la distance de la verticale de la poussée au point C′, c'est-à-dire le bras de levier du couple de stabilité de formes sera

$$(3') \qquad X' = \frac{h^2\lambda\Sigma'_1 + (V'c' - V_0c_0)\sin\theta}{V'}$$

ou (en posant $V'c' - V_0c_0 = q$)

$$X' = \frac{h^2\lambda\Sigma'_1 + q\sin\theta}{V'}$$

et enfin le bras de levier de redressement s'en déduira et sera

$$b' = X' - a'\sin\theta,$$

a' étant la distance du centre de carène C′ au centre de gravité du navire dans l'état de chargement considéré.

En résumé, en donnant aux lettres les mêmes significations que précédemment, et en posant, en outre,

$$u = \frac{V_0 - V'}{h\lambda},$$

$$q = V'c' - V_0c_0 \text{ (1)},$$

on a les quatre formules suivantes, qui se substituent aux formules (1) à (4) du n° 6 :

Distance de la flottaison FL à la flottaison isocline limitant le volume V′ :

$$(1') \qquad \varepsilon' = \frac{S + u}{N}.$$

Valeur de

$$(2') \qquad \Sigma'_1 = \Sigma - Q\varepsilon'.$$

Distance du centre de carène C′ à la verticale de la poussée :

$$(3') \qquad X' = \frac{h^2\lambda\Sigma'_1 + q\sin\theta}{V'}.$$

Bras de levier de redressement :

$$(4') \qquad b' = X' - a'\sin\theta.$$

10. *Application au « Dupuy-de-Lôme ».* — Les Tableaux B dressés pour le

(1) Cette dernière quantité est la même pour toutes les stations.

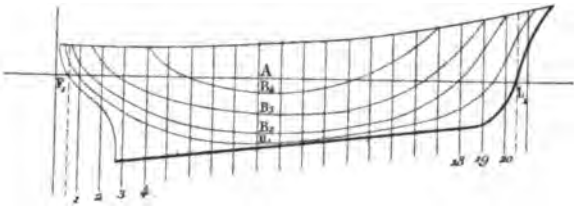
cas où l'on ne considère qu'un seul déplacement pourront servir, avec une très légère addition, pour l'application des formules ci-dessus. On en trouvera l'exemple dans le Tableau relatif au *Dupuy-de-Lôme* (*Pl. III*).

IV. — Extension de la méthode nouvelle complète au cas des carènes inclinées longitudinalement.

11. *Exposé de la méthode. Cas d'une carène isolée.* — La méthode de calcul ci-dessus exposée s'étend au cas des carènes inclinées longitudinalement. Elle permet, en particulier, d'établir par des calculs faciles et rapides la position en longueur des centres d'une série de carènes isoclines, limitées par des flottaisons perpendiculaires au plan diamétral du navire, mais faisant un angle θ avec la flottaison droite. C'est, comme on le voit, le problème que l'on a à traiter quand on étudie les circonstances du lancement d'un navire; or on sait quels calculs longs et pénibles exige la solution de ce problème par le procédé ordinaire des *échelles de Bonjean;* aussi la méthode suivante nous paraît-elle présenter, à ce point de vue, un intérêt sérieux.

Considérons, en projection longitudinale, une carène limitée par une flottaison oblique F_1L_1 (*fig.* 8). Supposons tracée une série de sections longitu-

Fig. 8.



dinales équidistantes, que nous numéroterons de 0 à 10 à partir du plan diamétral, la section 0 n'étant autre chose que ce plan, et la section 10 étant tangente à la carène. Entre F_1 et L_1, traçons une série de sections obliques perpendiculaires à F_1L_1 et au nombre de vingt, réparties soit, comme nous l'avons indiqué précédemment (p. 33), de telle façon que, si h est leur équidistance, les sections 1 et 20 soient à une distance égale seulement à $\frac{h}{2}$ des points F_1 et L_1, soit de telle façon que les sections 0 et 20 correspondent aux points F_1 et L_1 (dans le cas que nous considérons actuellement, il importe peu qu'on adopte l'un ou l'autre mode de division).

Relevons dans ces sections obliques les ordonnées des sections longitudinales comptées à partir de la flottaison F_1L_1 et perpendiculairement à celle-ci, c'est-à-dire relevons, sur le longitudinal, les longueurs telles que AB_1, AB_2, AB_3, ... Il est clair que, si nous appelons Y_K la somme des ordonnées relevées pour une moitié du navire dans la section inclinée d'ordre K, en affectant du coefficient $\frac{1}{2}$ celle qui correspond à la section longitudinale 0 (ou

plan diamétral), la demi-aire de la section oblique K sera représentée par eY_K (e étant l'équidistance des sections longitudinales).

Par suite, le volume de la carène sera, en appelant h l'équidistance des sections obliques,

$$V = 2he(Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_{n-1} + Y_n),$$

ou, en posant

$$S = (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_{n-1} + Y_n),$$

(1) $$V = 2heS.$$

Le moment de ce volume par rapport au plan 0, parallèle aux sections obliques et situé à une distance h du plan 1, sera de même

$$M = 2h^2e(1Y_1 + 2Y_2 + \ldots + (n-1)Y_{n-1} + nY_n)$$

ou, en posant

$$\Sigma = 1Y_1 + 2Y_2 + \ldots + (n-1)Y_{n-1} + nY_n,$$

$$M = 2h^2e\Sigma.$$

Par suite, la distance du centre de carène au plan des moments sera

$$\xi = \frac{M}{V}$$

ou

(2) $$\xi = h\frac{\Sigma}{S}.$$

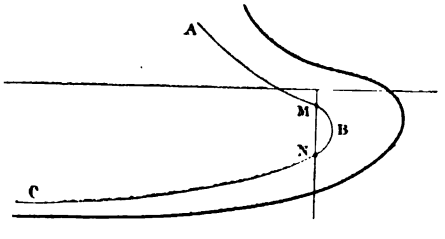
De ξ on déduira la distance de la verticale de la poussée à tout autre point fixe servant de point de repère. Par exemple, si l'on prend comme point de départ le point I où la perpendiculaire avant coupe la ligne d'eau zéro, et si l'on appelle d la distance de ce point au plan des moments, on aura, comme expression de la distance du pied de la perpendiculaire avant à la verticale de la poussée,

(3) $$\Delta = d - \xi.$$

On voit que les formules (1), (2) et (3) sont les mêmes que celles que nous avons trouvées pour le cas des carènes transversales (*voir* p. 34).

De même aussi que dans ce premier cas, on devra distinguer, en les soulignant dans les Tableaux, les ordonnées singulières, c'est-à-dire celles qui

Fig. 9.



correspondent à des sections longitudinales coupées en deux points par une même section oblique. Ce cas est rare, mais se présentera cependant parfois

à l'avant ou à l'arrière, pour des sections longitudinales présentant des formes analogues à celles de la *fig.* 9.

12. *Cas d'une série de carènes isoclines.* — S'agit-il de passer maintenant du cas d'une carène oblique isolée au cas d'une série de carènes isoclines, limitées par des flottaisons 1, 2, 3, 4, ... équidistantes (leur équidistance δ étant, autant que possible, un nombre rond)?

On opérera exactement comme dans le cas des carènes inclinées transversalement (*voir* p. 35), c'est-à-dire que, pour passer de la carène 1 à la carène 2, dans chaque colonne des Tableaux correspondant aux diverses sections obliques :

1° On comptera le nombre n des ordonnées non singulières plus grandes que δ, en comptant comme une demi-ordonnée seulement celles qui correspondent à la section longitudinale 0. On fera le produit $n\delta$;

2° On fera la somme p des ordonnées non singulières plus petites que δ;

3° On relèvera sur le plan la réduction C à opérer sur les ordonnées singulières.

On fera la somme $y = n\delta + p + C$.

En posant

$$s_2 = y_1 + y_2 + \ldots + y_K + \ldots + y_{n-1} + y_n,$$

$$\sigma_2 = 1y_1 + 2y_2 + \ldots + Ky_K + \ldots + (n-1)y_{n-1} + ny_n,$$

on aura

$$S_2 = S_1 - s_2.$$

$$\Sigma_2 = \Sigma_1 - \sigma_2,$$

valeurs de S_2 et de Σ_2, d'où l'on déduira le V_2 et le Δ_2 correspondant à la carène 2.

On passera de la carène 1 à la carène 3 de la même façon, mais en remplaçant δ par 2δ.

Et ainsi de suite.

13. *Modèle des Tableaux à employer.* — Les Tableaux à employer pour effectuer ces calculs, Tableaux dont on trouvera le modèle ci-après (*Pl. IV*), sont identiques comme forme aux Tableaux B de notre méthode complète pour le calcul des carènes transversales, sauf qu'on n'opère que sur une moitié seulement de la carène, celle-ci étant symétrique par rapport à la section longitudinale 0. *Un seul de ces Tableaux suffit pour déterminer tous les résultats que donnent si péniblement les échelles Bonjean.*

Il est vrai qu'on aura à tracer des sections longitudinales équidistantes, mais, même en les multipliant dans le but d'obtenir dans les calculs une grande approximation, ce tracé se déduit très rapidement du vertical du plan des formes. Il paraît d'ailleurs suffire que ces sections partagent la

demi-largeur du navire en dix parties, ce qui conduit à tracer seulement neuf sections longitudinales.

14. *Exemple.* — Le Tableau donné comme modèle à la suite de cette Note (*Pl. V*) a été rempli pour le cas du *Dupuy-de-Lôme,* ayant l'inclinaison qu'il avait sur sa cale au moment de son lancement. La flottaison 1 correspond à une profondeur de carène de $3^m,25$, mesurée au couple milieu : la valeur de δ est de 1^m. Les calculs sont relatifs à la carène sans appendices; il est clair que ceux-ci devront, dans cette méthode comme dans toute autre, donner lieu après coup à un calcul correctif.

Nous n'avons d'ailleurs fait cette application au *Dupuy-de-Lôme* que pour mettre mieux en évidence la forme du calcul; mais, les ordonnées ayant été relevées sur un plan à l'échelle de $\frac{1}{100}$ seulement, des erreurs relatives assez notables ont pu être commises dans leur évaluation et l'on ne devra pas attacher d'importance aux valeurs absolues des éléments calculés. Disons seulement qu'en comparant les résultats ainsi obtenus pour la flottaison 1 avec ceux qui résultent des calculs Bonjean, on trouve les chiffres corrélatifs suivants :

	Méthode	
	Bonjean.	nouvelle.
Valeur du déplacement P.....	$2311^{tx},2$	$2306^{tx},2$
Distance du centre de carène au pied de la perpendiculaire N.	$71^m,12$	$71^m,04$

La concordance de ces résultats est satisfaisante : une erreur de $0^m,08$ sur la position du centre de carène paraît rentrer dans la limite de l'approximation que comportent des calculs faits d'après des relevés sur un plan à si faible échelle. Cette différence de $0^m,08$ ne correspondrait d'ailleurs qu'à une erreur de $0^m,04$ environ sur l'évaluation de l'assiette du bâtiment.

Mais, nous le répétons, la valeur absolue de ces chiffres ne doit pas être prise en considération et ils ne peuvent permettre aucune comparaison précise avec les résultats de toute autre méthode.

15. *Second exemple.* — Il en est autrement des résultats ci-après concernant l'*Aventurier*. Ils sont relatifs au cas de la carène droite : il est évident, en effet, que la même méthode de calcul est applicable pour une valeur quelconque de θ et en particulier pour $\theta = 0$. Les plans dans lesquels sont relevées les ordonnées des sections longitudinales sont les plans mêmes des couples de tracé. Quand on adopte cette division, il faut évidemment, comme dans les calculs réglementaires de déplacement, affecter du coefficient $\frac{1}{2}$ les ordonnées relevées dans les couples $10N$ et $10\mathrm{R}$.

Dans ce cas particulier, nous possédions un vertical à l'échelle de 10^{cm} par mètre; les ordonnées ont donc pu être relevées avec une assez grande précision.

Voici les résultats ainsi obtenus, mis en regard de ceux des calculs réglementaires :

		Volume de carène.		Abscisse du centre de carène à partir de la perp. M.	
		Méthode		Méthode	
		réglementaire.	nouvelle.	réglementaire.	nouvelle.
		m³	m³	m	m
Carène limitée par la ligne d'eau	11.	167,964	167,423	+ 0,103	— 0,119
Id.....	10.	145,918	145,890	+ 0,044	+ 0,025
Id.....	9.	124,413	124,880	+ 0,205	+ 0,150
Id.....	8.	103,679	103,805	+ 0,379	+ 0,339
Id.....	7.	83,928	83,874	+ 0,562	+ 0,515
Id.....	6.	65,399	65,525	+ 0,751	+ 0,733
Id.....	5.	48,328	48,401	»	»
Id.....	4.	32,977	33,134	»	»
Id.....	3.	19,754	19,847	»	»
Id.....	2.	9,217	9,266	»	»
Id.....	1.	2,347	2,219	»	»

L'inspection des chiffres de ce Tableau montre que :

1° Au point de vue du déplacement, les résultats des deux procédés de calcul sont entièrement comparables : l'écart entre les valeurs trouvées atteint au maximum un demi-tonneau; il est tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre et s'explique, d'une part, par les erreurs inévitables commises dans le relevé des ordonnées, d'autre part, par les corrections d'aboutissement qui ont été effectuées dans la méthode réglementaire et ne l'ont point été dans l'autre.

2° Quant à la valeur des abscisses des centres des diverses carènes successives, la différence entre les chiffres trouvés par les deux méthodes est, au maximum, de 5^{cm},5, ce qui, étant donnés le déplacement du navire et la valeur de son grand rayon métacentrique, correspondrait à une erreur de 4^{cm} environ sur l'évaluation de l'assiette du bâtiment. On peut se demander si cet élément est jamais évalué avec une approximation plus grande et quelle part il conviendrait d'attribuer, dans la différence des résultats obtenus, à l'influence des corrections d'aboutissement qui, on le sait, tendent, en général, à altérer la position du centre de carène.

Quoi qu'il en soit, il paraît résulter de cette comparaison que l'approximation de la méthode de calcul exposée ci-dessus est certainement suffisante, au moins au point de vue des résultats qu'on se propose d'obtenir habituellement dans les calculs des carènes longitudinales. En particulier, pour les calculs d'un lancement, on pourra, sans crainte d'erreur exagérée, la substituer aux calculs et tracés des échelles de Bonjean.

Le bénéfice de temps qu'on réalisera de la sorte sera considérable.

16. *Détermination des coordonnées en hauteur des centres de carène.* — A-t-on besoin de connaître non seulement les ordonnées des centres de carène successifs, mais leur position en hauteur?

Cette détermination peut se faire très facilement.

Relevons dans le Tableau des calculs ci-dessus exposés [illegible] relatif à l'*Aventurier* par exemple les valeurs

$$s_{10},\ s_9,\ s_8,\ s_7,\ \ldots,\ s_1,\ s_0.$$

Les quantités

$$2he\,s_{10},\ 2he\,s_9,\ 2he\,s_8,\ \ldots,\ 2he\,s_1,\ 2he\,s_0$$

représentent les volumes compris entre la flottaison 11 et les flottaisons successives 10, 9, 8, 7, ..., 2, 1, 0.

Faisons les différences successives des quantités s_{10}, s_9, ..., et posons

$$t_{10} = s_{10},\quad t_9 = s_9 - s_{10},\quad t_8 = s_8 - s_9,\quad \ldots,\quad t_1 = s_1 - s_2,\quad t_0 = s_0 - s_1.$$

Il est évident que les volumes des tranches comprises entre les flottaisons 11 et 10, 10 et 9, 9 et 8, ... ont pour expression

$$2he\,t_{10},\ 2he\,t_9,\ 2he\,t_8,\ \ldots,\ 2he\,t_1,\ 2he\,t_0.$$

D'autre part, la distance des centres de gravité de ces tranches à la ligne d'eau o est respectivement, avec l'approximation habituelle de la méthode des trapèzes,

$$10{,}5\delta,\ 9{,}5\delta,\ 8{,}5\delta,\ \ldots,\ 1{,}5\delta,\ 0{,}5\delta$$

ou

$$21\frac{\delta}{2},\ 19\frac{\delta}{2},\ 17\frac{\delta}{2},\ \ldots,\ 3\frac{\delta}{2},\ 1\frac{\delta}{2}.$$

Par suite, le moment par rapport à la flottaison o de la carène, limitée à la flottaison d'ordre K, est

$$M_K = 2he\frac{\delta}{2}\left[1t_0 + 3t_1 + 5t_2 + \ldots + (2K-1)t_{K-1}\right],$$

ou, en posant

$$T_K = 2t_0 + 3t_1 + 5t_2 + \ldots + (2K-1)t_{K-1},$$

$$M_K = 2he\frac{\delta}{2}T_K.$$

Par suite, la distance C_K du centre de cette carène à la flottaison o est

$$C_K = \frac{\delta}{2}\frac{T_K}{S_K}. \tag{4}$$

Nous donnons ci-après (*Pl. V bis*), avec application à l'*Aventurier*, un Tableau dressé en vue de l'application de cette formule, dont voici les résultats comparés avec ceux des calculs réglementaires :

	Hauteur du centre de carène au-dessus de la ligne d'eau zéro.	
	Méthode	
	réglementaire.	nouvelle.
	m	m
Carène limitée par la ligne d'eau 11.	0,850	0,844
Id..... 10.	0,778	0,773
Id..... 9.	0,706	0,702
Id..... 8.	0,633	0,627
Id..... 7.	0,559	0,551
Id..... 6.	0,485	0,475

On voit que les différences entre les résultats des deux méthodes n'excèdent pas quelques millimètres, et ces différences insignifiantes s'expliquent de la même manière que pour les abscisses.

17. *Corrélation entre les diverses applications que nous avons faites de notre méthode générale.* — Tout ce qui précède constitue, en résumé, l'exposé d'une méthode générale propre à déterminer les volumes et les coordonnées des centres de figure d'une carène ou d'une série de carènes isoclines, soit droites, soit inclinées d'une façon quelconque.

Le principe de cette méthode est le suivant :

La carène dont il s'agit de calculer les éléments étant définie par trois séries de sections planes perpendiculaires entre elles et dont l'une est menée parallèlement à la direction de la flottaison limitant la carène considérée, on évaluera celle-ci au moyen d'ordonnées dirigées suivant l'intersection des deux autres séries de plans. Grâce au choix de cette direction d'ordonnées, on se trouve n'introduire dans les calculs que les premières puissances des ordonnées relevées, et ces calculs sont identiques, quelle que soit la direction des flottaisons.

S'agit-il d'une carène droite? Les trois séries de plans topographiques que l'on considère sont les trois directions principales du plan des formes, c'est-à-dire les flottaisons droites, les couples et les sections longitudinales.

S'agit-il d'une carène inclinée transversalement? Les trois directions sont : les flottaisons obliques, les couples et des sections obliques perpendiculaires aux flottaisons.

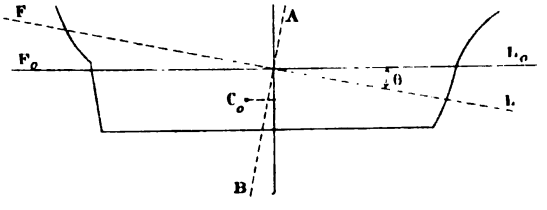
S'agit-il enfin d'une carène inclinée longitudinalement? Les trois directions sont : les flottaisons obliques, les sections longitudinales et des couples obliques perpendiculaires aux flottaisons.

Mais les formules à appliquer restent les mêmes dans tous les cas, et une corrélation intime se trouve ainsi établie entre eux : ce ne sont plus que des cas particuliers d'une seule et même méthode.

V. — Application de la méthode abrégée au cas des carènes inclinées longitudinalement.

18. *Principe de l'application de la méthode abrégée.* — Dans le cas où l'on considère, non plus une série de carènes isoclines, mais une carène unique inclinée longitudinalement, et pour laquelle on a besoin de connaître seulement le volume et la position du centre de carène *en longueur*, on peut appliquer la même méthode abrégée que pour une carène inclinée transversalement, c'est-à-dire qu'on peut n'opérer que sur les onglets compris entre la flottaison FL (*fig.* 10) et une flottaison droite F_0L_0 ayant même profondeur de

Fig. 10.



carène au couple milieu. Au moyen d'un Tableau à peu près identique à ceux dont nous avons indiqué l'emploi précédemment (p. 12), on déterminera les valeurs S_i, S_e et $S = S_i - S_e$; Σ_i, Σ_e et $\Sigma = \Sigma_i + \Sigma_e$.

Soit V_0 le volume de la carène droite limitée par la flottaison F_0L_0. Le volume de la carène oblique considérée sera

$$V = V_0 + 2hcS. \tag{1}$$

Supposons connues les coordonnées du centre C_0 de la carène droite, par rapport au fond de carène et au couple milieu droit. On en déduira aisément la distance l du point C_0 au couple milieu oblique AB (distance que l'on comptera positivement du côté de l'onglet immergé).

Le moment de la carène FL par rapport à ce couple AB sera

$$M = V_0 l + 2h^2 c\Sigma, \tag{2}$$

et, par suite, la distance Δ du centre de cette carène à ce même couple sera

$$\Delta = \frac{M}{V}. \tag{3}$$

Nous donnons, à titre d'exemple, une application de cette méthode abrégée au cas du *Dupuy-de-Lôme*, pour la flottaison oblique 1 que nous avons déjà

considérée. Voici les résultats trouvés, comparés à ceux que nous avons obtenus par la méthode complète.

	Méthode complète.	Méthode abrégée.
Volume de carène	2247,8	2255,8
Distance du centre de carène à la PPA'.	71,04	70,99

Les résultats sont comparables, dans la limite de l'approximation que comportent ces calculs.

Ce mode de calcul abrégé sera d'une application commode toutes les fois qu'on aura besoin de déterminer rapidement le centre d'une carène longitudinale oblique correspondant à des tirants d'eau donnés.

Il est également bien clair qu'en appliquant à ce cas le même raisonnement que pour les carènes transversales, on trouverait aisément le centre d'une carène, d'obliquité donnée et d'un volume V_0 également donné.

NOTE COMPLÉMENTAIRE

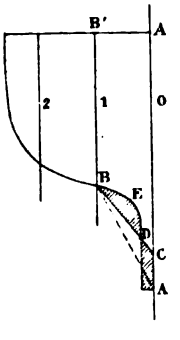
AU SUJET DES CORRECTIONS D'ABOUTISSEMENT.

Dans l'application de notre méthode générale au cas d'une carène droite, rien ne s'opposerait évidemment à ce que l'on fît, comme dans l'application des calculs réglementaires de déplacement, des corrections d'aboutissement.

Ces corrections porteraient :

1° Sur les pieds des couples : au lieu de prendre comme valeur de l'or-

Fig. 11.

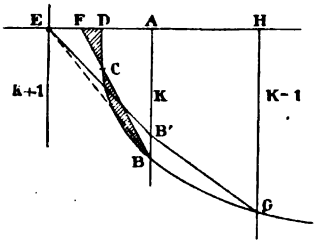


donnée, dans la section **0**, la longueur AA' (*fig.* 11), ce qui revient à remplacer l'aire réelle du couple, entre les sections **1** et **2**, par le trapèze A A'B B',

on mènera par le point B, au sentiment, une droite BC telle qu'il y ait équivalence entre les aires BED et DCA couvertes de hachures, et l'on prendra comme ordonnée, dans la section 0, la longueur A'C. Il est évident qu'ainsi on remonte légèrement le centre de carène.

2° Sur les couples qui, latéralement, aboutissent entre deux sections longitudinales consécutives, comme dans le cas de la *fig.* 12. Si l'on se borne à prendre AB comme ordonnée dans la section d'ordre K et 0 dans la section d'ordre

Fig. 12.



K + 1, on substitue au couple réel BCD le triangle ABE qui, en général, ne lui est point équivalent. Pour faire la correction, on commencera par mener, au sentiment, une droite BF telle que le triangle ABF soit équivalent à l'aire DCBA. Puis, à son tour, l'aire GBFH sera remplacée par une aire équivalente, GB'EH aboutissant sur l'ordonnée d'ordre K + 1. Il s'agit de déterminer l'ordonnée AB' ou y'_K. Pour cela, soient

$$AB = y_K, \qquad HG = y_{K-1}, \qquad AF = a,$$

et soit λ l'équidistance des couples. Il faut qu'on ait

$$\tfrac{1}{2}(y_{K-1}+y_K)\lambda + \frac{y_K}{2}a = \tfrac{1}{2}(y_{K-1}+y'_K)\lambda + \frac{y'_K}{2}\lambda.$$

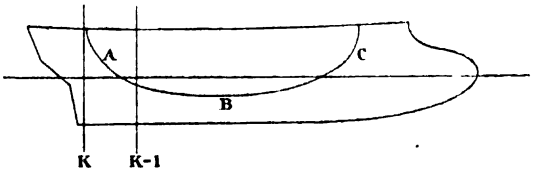
On tire de là

$$y'_K = \frac{\lambda + a}{2\lambda} y_K.$$

Telle est la valeur de AB'.

3° Ces corrections faites, et les points tels que C (*fig.* 11) et B' (*fig.* 12) étant reportés sur le longitudinal, on tracera les sections longitudinales pas-

Fig. 13.



sant par ces points rectifiés. Puis on fera les corrections d'aboutissement des sections longitudinales dont l'extrémité tombe entre deux couples consécutifs,

ainsi qu'il arrive pour la section ABC dans la *fig.* 13. Cette correction se fera suivant la méthode ordinaire employée pour les corrections d'aboutissement des lignes d'eau.

Dans le cas où il s'agit, non plus d'une carène droite, mais d'une carène inclinée longitudinalement, on fera la correction des pieds et des flancs des couples sur le vertical du plan des formes, et l'on en déduira, sur le longitudinal, le tracé des sections; puis on corrigera les extrémités de celles-ci de façon à les faire aboutir sur les couples obliques.

Mais on ne doit pas perdre de vue que ces corrections altèrent la position du centre de carène, et que, si l'on arrive de la sorte à une évaluation plus approchée du volume de carène, rien ne prouve que l'erreur commise sur la position du centre de carène ne sera pas, au contraire, plus grande que si l'on n'avait rien corrigé.

MÉTHODE

POUR LA

RECHERCHE DES BRAS DE LEVIER

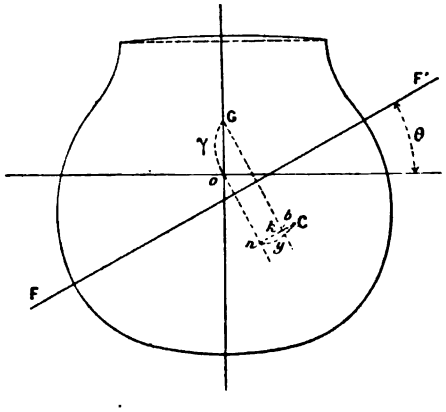
DE REDRESSEMENT,

PAR M. A. DE REFFYE,
Ingénieur de la Société des Forges et Chantiers de la Méditerranée.

I. — Exposé général.

Soit G (*fig.* 1) le centre de gravité du navire, FF′ une flottaison inclinée de l'angle θ sur celle du plan, et C le centre de carène correspondant.

Fig. 1.



Menons de G une perpendiculaire à FF′ : le bras de levier est $b = ck$, distance du point C à cette perpendiculaire. Menons aussi, d'un point origine O (*que nous choisissons à l'intersection de l'axe du vertical avec la flottaison du plan*) une perpendiculaire à FF′, et prolongeons CK jusqu'à sa rencontre en n avec cette perpendiculaire.

Soit $GO = \gamma$, $cn = y$. On a

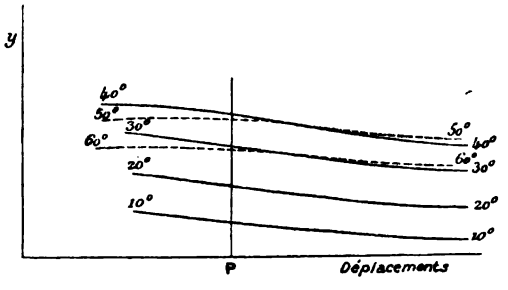
$$b = y - \gamma \sin\theta.$$

$\gamma \sin\theta$ est facile à calculer. Reste à trouver, pour tracer la courbe des bras de leviers, les valeurs successives de y pour des flottaisons inclinées FF′ isocarènes, dont le déplacement est donné.

La présente méthode consiste à rechercher, pour plusieurs flottaisons de chaque inclinaison, de 10° en 10°, les déplacements et les y, de façon à en tracer des courbes *pantocarènes isoclines* sur deux axes de coordonnées rectangulaires, en portant les déplacements en abscisses et les y en ordonnées.

Le nombre de ces flottaisons est au choix de l'opérateur. Les Tableaux en prévoient cinq, nombre largement suffisant. Chacune de ces courbes sera ainsi

Fig. 2.



déterminée par cinq points, espacés régulièrement, et comprenant entre eux toute la portion *utile*, c'est-à-dire correspondants à des déplacements pour lesquels il y aura lieu, dans la pratique, de rechercher la stabilité.

Muni de ce diagramme, il suffira pour avoir les valeurs de y correspondantes à un déplacement donné, de les lire à l'intersection des courbes avec une verticale ayant ce déplacement pour abscisse.

(Les Tableaux permettront de pousser les calculs jusqu'à 90°.)

II. — Procédé et formules.

Les calculs nécessaires pour obtenir ces pantocarènes se divisent en deux phases :

1° Recherche des déplacements et des y pour des flottaisons inclinées de 10° en 10° et *passant par le point* O (*fig.* 3).

Soient P le déplacement de la flottaison du plan, C_0 son centre de carène et $OC_0 = d$.

Soit $(P + \varphi)$ le déplacement d'une flottaison Of, incliné de l'angle θ; φ est la différence de déplacement des onglets (*immersion-émersion*).

Une équation de moments pris par rapport à l'axe On donne

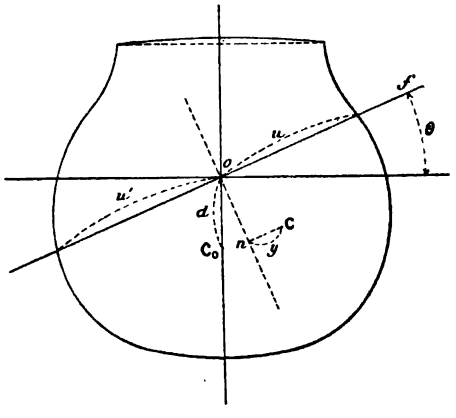
$$(P + \varphi)y = \text{somme de moments des onglets} - Pd\sin\theta$$
$$= \qquad M \qquad - \qquad m$$

d'où

$$y = \frac{M - m}{P + \varphi}.$$

φ et M se calculent, comme dans la méthode de M. Daymard, à l'aide des carrés et des cubes des ordonnées u et u'. (Mais il n'est plus nécessaire, comme dans cette méthode, de recourir au centre de carène de l'isocarène droite.)

Fig. 3.



Ainsi que nous le verrons plus loin, il n'est pas nécessaire de calculer de suite y, mais seulement les déplacements $(P + \varphi)$, et les moments $(M - m)$.

2° Recherche des déplacements et des y pour des flottaisons *parallèles aux précédentes*, et en prenant pour points de départ les déplacements et les y de ces dernières.

Prenons, pour chaque inclinaison, cinq flottaisons parallèles et équidistantes d'un intervalle h, parmi lesquelles figure la flottaison Of, déjà considérée. Si le déplacement $(P + \varphi)$ de celle-ci n'est pas éloigné de P, nous la prendrons pour station médiane; mais, s'il se trouvait, par exemple, notablement plus grand que P (ce qui se produit à partir d'un certain angle sur des navires tels que les torpilleurs, où le volume des œuvres mortes est sensiblement plus grand que celui des œuvres vives), il y aurait lieu, pour ramener la pantocarène dans des limites utiles, de prendre trois flottaisons au-dessous de Of, et une seule au-dessus, ou même peut-être quatre au-dessous; inversement, si $(P + \varphi)$ était beaucoup plus petit que P. En un mot, on choisira pour station médiane celle qui se rapprochera le plus du déplacement P, ce que l'on peut prévoir d'une façon rapide et suffisamment approchée, d'après le déplament $(P + \varphi)$ de la flottaison Of et la surface de cette flottaison.

Ceci fait, relevons les ordonnées des quatre flottaisons autres que Of, mais

à partir d'un axe situé *en dehors* du navire, à une distance D de l'axe des y, qui sera la même pour toutes les inclinaisons : le fait de prendre cet axe en dehors (comme dans la méthode Benjamin et Spence, ou Normand) simplifie beaucoup les calculs; on aura soin de le placer toujours du côté des *émersions*.

Soit $Y = y + D$ les distances des centres de carène à ce nouvel axe.

Soient U et U′ les ordonnées à l'immersion et à l'émersion.

1° On calcule les expressions

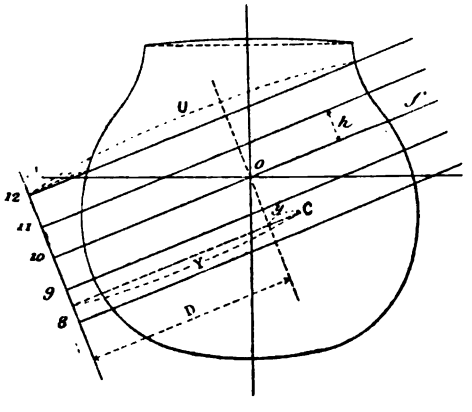
$$a = \Sigma U - \Sigma U'.$$

(Pour la flottaison Of, comme on a

$$U - U' = u + u', \qquad a = \Sigma u + \Sigma u'.)$$

Il est facile de voir (*fig.* 4) qu'il suffit, pour obtenir les déplacements des quatre flottaisons parallèles, *d'ajouter* (pour les flottaisons au-dessus de Of), ou de *retrancher* (pour les flottaisons au-dessous) SUCCESSIVEMENT, au déplace-

Fig. 4.



ment $(P + \varphi)$ de la flottaison Of, les valeurs $a \times \frac{1}{2} hl \times 1,026$ (1) (Par additions ou soustractions *successives*, nous entendons des opérations analogues à celles des Tableaux Daymard pour calculer les φ.) (2).

2° Pour avoir les distances Y, cherchons les moments M′ des carènes par rapport à l'axe des Y. Celui de la carène de flottaison Of, qui doit nous servir de point de départ, est

$$M' = (P + \varphi)(y + D),$$

(1) l désigne ici, comme d'habitude, l'intervalle des couples du vertical sur lequel on opère le relevé des ordonnées.

(2) C'est-à-dire que chaque résultat égale le résultat précédent plus ou moins les deux termes de rangs correspondants à ces deux chiffres, ce qui se traduit par la formule générale

$$s_{n+1} = s_n + t_n + t_{n+1}.$$

ou, en remplaçant y par sa valeur $\frac{M-m}{P+\varphi}$,

$$M' = M - m + D(P+\varphi).$$

On calcule les expressions $\Delta = \Sigma U^2 - \Sigma U'^2$. (Pour la flottaison Of, comme $U^2 - U'^2 = u^2 - u'^2 + 2D(u+u')$, on voit que

$$\Delta = (\Sigma u^2 - \Sigma u'^2) + 2D(\Sigma u + \Sigma u') = \delta + 2Da,$$

δ et a ayant déjà été calculés.)

Pour avoir les moments cherchés, il suffit d'ajouter ou retrancher successivement, au moment M' de la flottaison Of, les valeurs $\Delta \times \frac{1}{4}hl \times 1,026$ [1].

Une fois trouvés les déplacements et les moments, il n'y a plus qu'à diviser ceux-ci par ceux-là pour avoir les Y, puis à en retrancher D pour avoir les y.

On a alors tous les éléments nécessaires pour le tracé des pantocarènes.

III. — Tableaux de calculs.

Les calculs sont répartis sur trois feuilles. La première contient trois Tableaux :

Tableau 1. — Ordonnées des flottaisons Of, leurs carrés et leurs cubes.

Calculs de

$$a = \Sigma u + \Sigma u', \qquad \delta = \Sigma u^2 - \Sigma u'^2, \qquad \sigma = \Sigma u^3 + \Sigma u'^3$$

et

$$\Delta = \delta + 2Da.$$

Tableau 2. — Calculs des $(P+\varphi)$ déplacements des flottaisons Of, à l'aide des δ.

Calculs des valeurs de M à l'aide des σ.

Calculs de

$$M' = M - m + D(P+\varphi).$$

(Inutile de calculer ici y, qui se trouvera à la fin avec les autres.)

Tableau 3. — Ce Tableau, très simple, sert à reconnaître pour chaque inclinaison quelle station on devra choisir pour station médiane des cinq flottaisons parallèles.

La deuxième feuille contient le *Tableau* 4.

Ordonnées des flottaisons parallèles et leurs carrés. Calculs de

$$a = \Sigma U - \Sigma U' \quad \text{et de} \quad \Delta = \Sigma U^2 - \Sigma U'^2.$$

La troisième feuille contient le *Tableau* 5, où se trouvent calculés les dé-

---

[1] l désigne ici, comme d'habitude, l'intervalle des couples du vertical sur lequel on opère le relevé des ordonnées.

placements $(P + \varphi)$ des flottaisons parallèles, en partant de ceux des flottaisons Of et à l'aide des a, les moments M' de leurs carènes, d'une manière analogue et à l'aide des Δ, enfin tous les Y et les y.

Cette feuille contient, en outre, toutes les explications nécessaires au dessinateur pour se servir des Tableaux, effectuer le tracé des pantocarènes et, enfin, construire une courbe de bras de levier, étant donnés un déplacement quelconque et un centre de gravité quelconque.

IV. — Remarque.

En prenant cinq flottaisons parallèles, on obtient des pantocarènes très bien déterminées, et permettant de trouver, sans extrapolation, la stabilité sous des déplacements très différents. Mais il est évident que si l'on n'a pas besoin d'une exactitude aussi rigoureuse, ni d'une aussi grande latitude dans les déplacements, on peut se contenter de prendre quatre flottaisons (une en surcharge, deux en lège), ou seulement trois; en n'en prenant que trois, on gagne un bon tiers du temps.

Pour un projet, où l'on désire surtout connaître la forme générale de la courbe des bras de levier pour le déplacement du plan, on aurait une approximation très suffisante, dans le cas où les déplacements $(P + \varphi)$ des flottaisons Of varient peu, à se borner aux résultats obtenus pour ces flottaisons, dans la première feuille; alors, sans calculer les Δ ni les M', on calculerait les $y = \frac{M - m}{P + \varphi}$ et l'on porterait sur les axes de coordonnées les points ainsi déterminés; enfin, on substituerait aux pantocarènes leurs tangentes en ces points.

La tangente à la pantocarène est facile à trouver :

Soit P_1 le déplacement de la flottaison FF' (*fig.* 5) [au lieu de $(P + \varphi)$ pour simplifier la notation]. Il s'agit de trouver $\frac{dy}{dP_1}$, quand on déplace cette flottaison parallèlement à elle-même d'une quantité très petite en ff'. Soit Z la distance du centre de gravité de cette flottaison à l'axe des y. On a évidemment par une équation de moments

$$P_1 y + Z\,dP_1 = (P_1 + dP_1)(y + dy) = P_1 y + y\,dP_1 + P_1\,dy + dP_1\,dy,$$

d'où

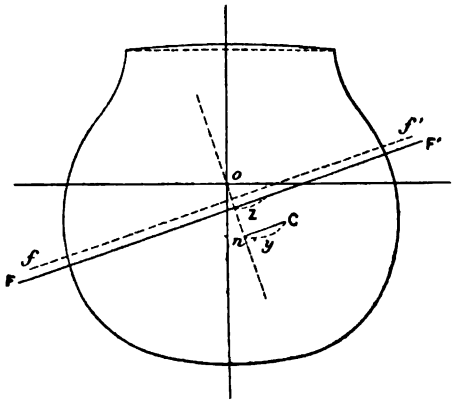
$$Z\,dP_1 = P_1\,dy + y\,dP_1 \qquad \text{ou} \qquad \frac{dy}{dP_1} = \frac{Z - y}{P_1} = \frac{Z - y}{P + \varphi}.$$

Quant à Z, il est égal à $\frac{\delta}{2a}$ (δ et a étant les quantités calculées dans le Tableau 1).

Ce procédé, appliqué seulement jusqu'à 60°, ne demande pas une journée;

dans le cas où $(P + \varphi)$ s'écarterait trop de P pour pouvoir remplacer toutes les courbes par leurs tangentes, on en serait quitte pour ajouter une flottaison parallèle, au-dessous ou au-dessus, suivant le cas, à partir de l'angle

Fig. 5.



pour lequel cet écart deviendrait sensible. Ce calcul approché serait encore assez rapide.

Toutefois, ces derniers procédés ne sauraient être comparés, pour la rapidité, à la « nouvelle méthode abrégée » imaginée récemment par M. Doyère, ingénieur de la Marine. Ils lui seraient seulement supérieurs :

1° Comme facilité, les calculs de cette méthode Doyère, fort élégante d'ailleurs, étant assez délicats à conduire;

2° Comme exactitude, lorsque les déplacements des flottaisons O*f* s'écartent sensiblement de celui du plan. Il est vrai de dire que, pour l'étude d'un projet, les erreurs que pourrait donner la méthode abrégée Doyère (qui revient à remplacer la pantocarène par une hyperbole qui lui est tangente au point correspondant à la flottaison O*f*) seront la plupart du temps négligeables, d'autant plus que l'incertitude qui règne généralement alors sur la position du centre de gravité apportera des variations plus importantes dans la courbe des bras de leviers, que celles qui pourront provenir des centres de carène (les erreurs relatives seront, bien entendu, d'autant plus petites que la stabilité sera meilleure).

Quant à la méthode complète qui fait l'objet principal de cette Note, elle a surtout été établie pour remplacer le procédé Daymard (auquel elle est certainement préférable, au point de vue de la rapidité, de la facilité, de l'exactitude pour les grands angles, de la disposition des courbes d'interpolation et de leur usage), et, d'autre part, pour éviter les nombreux relevés de la méthode Benjamin et Spence, tout en conservant ses courbes d'interpolation finales.

Elle présente, ainsi que la méthode Doyère complète, l'avantage de pou-

voir être guidée, dans le courant des calculs, de façon à ne donner que des résultats utiles.

Nous pensons que, à égalité de nombre de points obtenus, notre méthode doit être plus expéditive et plus commode que la méthode complète Doyère, le nombre total d'opérations restant à peu près le même, mais les carrés et cubes étant plus faciles à effectuer que des relevés d'ordonnées, d'autant que ceux-ci présentent, dans la méthode Doyère, quelques complications et quelques points déliçats.

LÉGENDE EXPLICATIVE DES PLANCHES IX, X, XI, XII.

Tableau I.

Les ordonnées qui doivent figurer à l'immersion et à l'émersion sont prises de la manière suivante : on prépare un calque sur lequel sont tracées des lignes droites faisant entre elles des angles de 10°, on le place sur le vertical (*fig.* 1), de telle sorte que la ligne 0° coïncide avec la flottaison en charge, et que le point O soit sur l'axe du navire. On mesure les ordonnées à l'immersion et à l'émersion, à partir du point O.

Avoir soin de ne porter pour les perpendiculaires N et $Æ$ que la moitié des ordonnées, la moitié des carrés et des cubes des ordonnées entières. Quand certaines obliques rencontrent un couple en trois points, la valeur que l'on doit porter est $c - b + a$, pour le carré $c^2 - b^2 + a^2$, pour le cube $c^3 - b^3 + a^3$, ou les moitiés seulement s'il s'agit des perpendiculaires.

Inscrire les ordonnées avec deux décimales, leurs carrés avec une seule et pour les cubes la partie entière seulement.

a est la somme des deux colonnes immersion et émersion;

δ la différence des sommes des carrés ($I^2 - E^2$, faire attention au signe);

σ la somme des cubes immersion et émersion;

D une quantité dont la signification est indiquée plus loin;

$\Delta = \delta + 2Da$.

Tableau II.

δ et σ sont pris dans le Tableau I. Pour les sommes φ on opère ainsi :

$$\varphi_1 = q_1, \qquad \varphi_2 = \varphi_1 + q_1 + q_2, \qquad \varphi_3 = \varphi_2 + q_2 + q_3,$$

et ainsi de suite. (Faire attention au signe.)

Tableau III.

φ est pris dans le Tableau II et a dans le Tableau I : on calcule p avec deux décimales.

Tableau IV.

Sur un calque on trace un réseau de droites parallèles écartées de h; sept droites suffisent en général. On les numérote 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13; on leur mène deux perpendiculaires écartées d'une distance D, l'une d'elles coupe la droite 10 au point O. La distance D doit être telle que le point O étant placé sur l'axe du navire et sur la flottaison en charge, l'axe XX′ ne coupe le vertical dans aucune position. Pour mesurer les ordonnées qui doivent figurer au Tableau, on opère ainsi : on place le calque comme il a été dit, sous des inclinaisons successives de 10°, 20°, 30°, ... Pour chaque inclinaison on consulte les valeurs de p au Tableau III, on choisit parmi les sept droites parallèles celle dont la distance *en dessous* de la droite 10 est la plus voisine de p : c'est la flottaison de comparaison. On mesure les ordonnées pour cette flottaison, les 2 qui sont au-dessus, les 2 qui sont au-dessous; parmi ces cinq stations se trouve la station 10 pour laquelle il n'y a pas de mesure à faire. Quand on a fait toutes les lectures qui donnent l'immersion $\mathcal{R}$ et l'émersion $\mathcal{N}$, on retourne le calque et l'on mesure les ordonnées d'émersion $\mathcal{R}$ et d'immersion $\mathcal{N}$. Remarquer 1° que dans toutes ces positions le point O′ doit être sous la flottaison; 2° que le point A doit toujours être plus haut que A′. Mêmes remarques qu'au Tableau I pour les deux perpendiculaires et pour le cas où une droite rencontre un couple plusieurs fois.

a est ici la différence des sommes d'ordonnées
Δ la différence des sommes des carrés
} a et Δ sont toujours positifs.

Tableau V.

A chaque inclinaison on numérote les stations en plaçant les flottaisons de comparaison sur la troisième ligne.

Première colonne : a est pris dans le Tableau I pour la station de comparaison, et dans le Tableau IV pour les autres.

Deuxième colonne : $P + \varphi$ est pris dans le Tableau II pour la station de comparaison; les autres sont obtenus au moyen de la première colonne, comme les φ du Tableau II.

Troisième colonne : Δ est pris dans le Tableau I pour la station de comparaison; dans le Tableau IV pour les autres.

Quatrième colonne : La valeur de N est prise dans le Tableau II pour la station de comparaison; les autres sont calculés d'une manière analogue aux φ du Tableau II.

Cinquième colonne : $Y = \frac{N}{P + \varphi}$.

Sixième colonne : $y = Y - D$.

DISCUSSION

DES MÉMOIRES DE MM. DOYÈRE ET DE REFFYE.

M. le commandant Guyou :

La lecture des Mémoires de MM. Doyère et de Reffye m'a suggéré une remarque dont l'application aux méthodes adoptées en France pour le calcul des éléments de la stabilité me paraît devoir entraîner des simplifications importantes dans les opérations, sans diminuer la précision des résultats.

L'objet final de ces opérations est la détermination du moment de stabilité aux différentes inclinaisons, dans les différents états de déplacement que peut prendre le navire, depuis son lancement jusqu'à l'armement complet. Pour obtenir ce résultat, on détermine des groupes de valeurs du moment M et du volume V pour des inclinaisons variant de 10° en 10° et des profondeurs différentes de la carène. Dans la méthode Reech, les moments sont ramenés à un point fixe de la carène; dans celle de M. Daymard, ils sont ramenés à un point variable dont la position est déduite de calculs antérieurs; mais ces différences sont d'ordre secondaire et nous pouvons les négliger ici.

Les groupes de valeurs ainsi obtenus donnent, pour chaque inclinaison θ, des points de la courbe qui représente l'équation

$$f(M, V) = 0$$

et, les diverses courbes correspondant aux diverses inclinaisons étant tracées, il suffit de mesurer, sur chacune d'elles, les ordonnées M, correspondant à une même abscisse V, pour obtenir les résultats qui conviennent au déplacement V considéré. Dans les méthodes Reech et Daymard, les opérations graphiques employées sont différentes de celles que nous venons d'indiquer, mais les différences sont, comme celles que j'ai déjà signalées plus haut, d'ordre secondaire quand on s'occupe de l'esprit général des méthodes.

La remarque dont j'ai parlé au début consiste en ceci : Au lieu de déterminer seulement quelques points des courbes $f(M, V) = 0$, on peut déterminer en chaque point les directions de leurs tangentes; la détermination de cette nouvelle donnée équivaudra, au point de vue de la précision, à celle d'un point de la courbe; elle permettra, par suite, de diminuer de moitié le nombre des points à calculer. Or il se trouve précisément que les coefficients angulaires des tangentes sont; pour ainsi dire, tout calculés dans les méthodes Reech et Daymard. On arrive donc ainsi à cette conclusion que, avec la moitié seulement des Tableaux de calculs de ces deux méthodes, on peut obtenir des résultats aussi précis que ceux que l'on déduit actuellement de leur totalité. Il suffirait, pour cela, d'utiliser par un court calcul un certain nombre d'éléments qui ont été laissés de côté jusqu'ici.

Un simple examen d'ensemble du sujet montre d'ailleurs clairement que, dans ces méthodes de calcul, on détermine des éléments qui font entre eux double emploi. Lorsque, en effet, on a obtenu finalement V et M pour une seule station, aux différentes inclinaisons, il suffit, pour en déduire ceux qui correspondent à d'autres stations et à une même inclinaison, d'ajouter, aux éléments déjà obtenus pour cette inclinaison, les volumes et les moments de tranches parallèles. Ces volumes et ces moments ne dépendant que des sommes des ordonnées et de celles de leurs carrés, il est tout à fait inutile d'employer les sommes des cubes.

Les considérations qui précèdent conduisent directement à deux catégories nouvelles de méthodes plus simples que celles qui sont généralement adoptées en France :

1° Calculer, pour chaque valeur de l'inclinaison, les éléments de la stabilité d'une seule carène soit par la méthode des plans polaires de Reech et Risbec ou Daymard, soit par la méthode *abrégée* de M. Doyère.

Pour chaque valeur de l'inclinaison, déterminer ensuite les volumes et les moments des carènes parallèles, en ajoutant, aux éléments de la carène connue, les volumes et les moments des tranches parallèles déterminées soit par la méthode Benjamin et Spence, soit par la méthode Doyère.

La méthode indiquée par M. de Reffye appartient à cette catégorie.

2° Calculer directement, par les méthodes Reech et Risbec ou Daymard, les éléments V et M à toutes les inclinaisons pour deux stations ou trois au plus, largement espacées. Ces opérations donneront pour chacune des courbes $f(M,V) = 0$ correspondant aux diverses inclinaisons, deux points ou trois suivant le cas. Déduire des sommes des ordonnées et de celles de leurs carrés les valeurs des coefficients angulaires des tangentes aux mêmes points, et utiliser ces tangentes pour compléter le tracé des courbes.

Les modifications à apporter aux Tableaux de calculs usuels pour appliquer ces considérations sont trop simples pour qu'il soit utile de les signaler ici.

M. Daymard, Vice-Président :

Le Mémoire de M. Doyère présente un grand intérêt et il faut remercier l'auteur de cette nouvelle étude sur les moyens pratiques de déterminer rapidement la stabilité des navires.

C'est un sérieux avantage que celui qu'on obtient par le procédé présenté par M. Doyère, de supprimer l'emploi des carrés, des cubes et des lignes trigonométriques en se résignant à faire, au moyen d'ordonnées tracées spécialement pour chaque inclinaison, le calcul de *la coordonnée utile* du centre de carène correspondant; mais je ne serais pas étonné que certains opérateurs ne trouvent que le grand nombre de lignes auxiliaires à tracer, avec le même soin d'ailleurs que les lignes du plan de formes, constitue, dans un autre ordre d'idées, une complication aussi grande que l'emploi des Tables.

Une autre observation que je désire présenter est relative au degré d'approximation de la méthode abrégée de M. Doyère; l'hypothèse que la petite tranche d'épaisseur ε est cylindrique peut s'éloigner sensiblement de la vérité; de plus, il semble que la direction adoptée pour les ordonnées amènera avec les couples des intersections plus obliques et produira plus d'ordonnées singulières que cela n'a lieu dans les méthodes de calculs actuelles, particulièrement s'il s'agit de navires à formes spéciales, comme par exemple les navires à dos de baleine qu'on étudie actuellement.

Quoi qu'il en soit, M. Doyère, par de très ingénieuses remarques, semble avoir tiré le parti le plus avantageux possible de l'emploi de séries d'ordonnées obliques.

En ce qui concerne le Mémoire de M. de Reffye, je ne ferai que lui rendre justice en disant qu'il est présenté avec beaucoup de clarté et d'élégance.

Il ne me semble pas douteux qu'il doive apporter une simplification réelle au procédé que j'ai fait connaître dans mon Mémoire de 1883, où j'exposais en même temps quelques considérations nouvelles sur la stabilité et certaines courbes naturelles pouvant servir à la représenter.

Je remarque à ce sujet que M. de Reffye donne aux mots de *pantocarènes isoclines* un sens plus étendu que je ne l'avais fait moi-même en introduisant ces noms un peu barbares peut-être (mais abrités par l'adoption du terme *isocarène* employé par Charles Dupin). Dans mon idée, un flotteur déterminé n'avait, sous un angle donné, qu'une pantocarène isocline correspondant à la position du centre de gravité confondu avec le centre de carène; M. de Reffye considère autant de pantocarènes isoclines que de positions du centre de gravité. Cela n'a pas, du reste, d'importance; il s'agit seulement de s'entendre sur les définitions.

Pour juger des avantages de la méthode présentée par M. de Reffye, il faudrait faire quelques applications. Il convient de remarquer d'ailleurs que des praticiens de même valeur pourront préférer des méthodes différentes, suivant celle à laquelle ils auront été entraînés tout d'abord.

M. Doyère est bien placé à l'École du Génie maritime pour faire des comparaisons sur les avantages relatifs des divers procédés. Je suis le premier à désirer que des procédés nouveaux procurent un réel avantage sur ceux employés jusqu'ici.

M. Doyère :

Les observations présentées par M. Daymard au sujet de ma méthode portent principalement sur les points suivants :

1° *L'existence des ordonnées singulières.* — Mais ces ordonnées ne sont point une particularité de ma méthode; il s'en rencontre dans toutes les autres, aussi bien dans celles qui opèrent par plans vecteurs rayonnants (Reech, Barnes, Daymard), que dans celles qui opèrent par plans isoclines (Benjamin-Spence). Il arrive, par exemple, dans la méthode de M. Daymard, qu'un plan vecteur coupe un même couple en deux ou plusieurs points du même côté du plan diamétral : l'ordonnée à inscrire dans les Tableaux est alors la somme algébrique de plusieurs segments qu'il faut mesurer *séparément;* il faut de même faire *séparément* leurs carrés et leurs cubes, pour en prendre la somme algébrique; en un mot, il y a là des corrections à opérer, qui sont entièrement laissées à l'initiative et à l'intelligence du dessinateur. Or, 1° d'une part, une erreur commise est très dangereuse, par le fait même que les ordonnées contiennent dans les calculs leur seconde et leur troisième puissance; tout le monde sait quelle erreur relative considérable une correction mal faite peut entraîner dans l'évaluation d'un moment d'inertie, par exemple; 2° d'autre part, l'erreur est d'autant plus à craindre que rien, dans les Tableaux, ne rappelle au dessinateur qu'il a affaire à une ordonnée singulière.

En réalité, si ces ordonnées paraissent tenir dans ma méthode une place plus importante que dans les autres, c'est uniquement parce que j'ai eu la précaution de les signaler en les soulignant dans les Tableaux, afin de bien montrer à l'opérateur qu'il y a là un point délicat sur lequel son attention doit se porter.

2° *Le grand nombre de lignes auxiliaires à tracer.* — D'après M. Daymard, la complication qui en résulterait compenserait l'avantage de n'avoir à employer que des premières puissances d'ordonnées. Mais ce n'est pas seulement l'emploi exclusif des premières puissances qui constitue l'avantage de ma méthode : c'en est un, et sérieux, car s'il est vrai que l'emploi des Tables des carrés et des cubes ne constitue pas une énorme complication, il est non moins certain que cela augmente les chances d'erreurs de lecture et de

copie. Mais outre cet avantage, outre celui de ne pas employer de formules trigonométriques et d'être, comme principe, tellement simple, qu'un dessinateur quelconque peut la comprendre et suivre pas à pas la marche des opérations, elle en présente un autre *capital,* qui lui est commun d'ailleurs avec la méthode de M. Normand (ou Benjamin-Spence) et *qui suffirait, à mon avis, pour faire donner la préférence aux méthodes opérant par plans isoclines sur celles qui opèrent par plans vecteurs rayonnants.*

Ces dernières reviennent, comme l'on sait, à substituer à la carène réelle une série d'onglets de révolution. Pour que l'erreur qui en résulte ne soit pas excessive, il faut que l'écartement des plans vecteurs successifs ne soit pas trop grand : l'équidistance-limite, généralement admise, est de 10°. Il s'ensuit que si l'on veut opérer par exemple jusqu'à 90°, il faut faire les calculs pour neuf inclinaisons différentes.

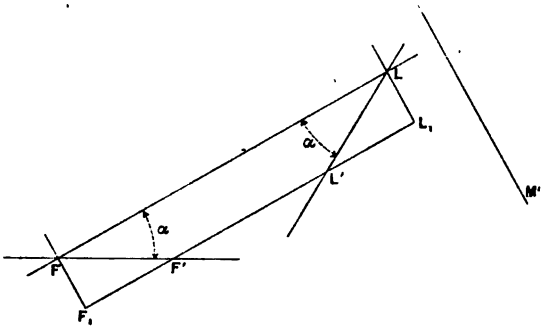
Dans les méthodes qui opèrent par plans parallèles, au contraire, chaque inclinaison se calcule indépendamment des précédentes, ón peut les répartir comme on veut et limiter leur nombre à ce qui est strictement nécessaire pour tracer la courbe des bras de levier de stabilité. Or, étant donné que cette courbe est déterminée au départ par sa tangente, dont le coefficient angulaire est $\rho - a$ et avec laquelle elle se confond, en général, jusque vers 15° ou 20° d'inclinaison, trois ou quatre autres points suffiront le plus souvent pour déterminer la partie utile de la courbe avec toute l'approximation nécessaire dans la pratique. Les neuf inclinaisons employées dans les autres méthodes ne sont que des intermédiaires, inutiles au point de vue du résultat final, mais auxquels on est condamné par la nature même du procédé de calcul.

Ajoutons que, dans ces méthodes, les erreurs s'accumulent en passant d'une inclinaison à l'autre, tandis que, dans les méthodes qui emploient des plans isoclines, l'ordre de l'approximation reste le même, quelle que soit l'inclinaison.

3° *Le degré d'exactitude de ma méthode abrégée.* — M. Daymard fait observer que l'hypothèse de la cylindricité de la tranche d'épaisseur ε peut s'éloigner sensiblement de la vérité. Je rappelle tout d'abord que je n'ai présenté ma méthode abrégée que comme un moyen d'obtenir rapidement des résultats *approchés,* suffisants pour l'étude d'un avant-projet de navire, ou, plus généralement, dans tous les cas où l'on n'a pas besoin d'une rigoureuse précision (et ils sont pratiquement très nombreux). J'ajoute que l'hypothèse de la tranche cylindrique, alors même qu'elle s'éloigne beaucoup de la vérité, n'entraîne pas forcément une grande erreur sur l'évaluation du bras de levier de la poussée.

Prenons, par exemple, une carène dont les murailles font avec une flottaison oblique FL le même angle α de part et d'autre : cette carène peut différer beaucoup du cylindre qui a pour section droite la flottaison FL; en substituant ce cylindre à la carène réelle dans l'intervalle des deux flottaisons parallèles FL et F'L', on commettrait donc une erreur plus ou moins notable dans l'évaluation de la distance du centre de carène au plan FL. Mais *on n'en commet aucune dans l'évaluation du bras de levier de la poussée,* car la tranche cylindrique FF_1 et la tranche réelle FF' ont leur centre de volume sur la même parallèle à l'axe des moments MM'. En réalité, dans le cas général, l'erreur commise résulte non pas de la non-cylindricité de la carène, mais de ce que ses deux murailles ne sont point symétriques par rapport à un plan perpendiculaire à FL. On peut assigner, en partant de cette considération, une limite supérieure à l'erreur. Mais sans entrer dans cette discussion, je me bornerai à faire observer que l'hypothèse de la tranche cylindrique est le principe même de la méthode de Barnes : or cette méthode est, si je ne me trompe, celle qui est réglementaire dans les bureaux de l'Amirauté anglaise. Je crois donc pou-

voir considérer l'hypothèse en question comme suffisamment précise, dans des questions où, en somme, on ne cherche pas la rigueur mathématique, mais des chiffres approximatifs donnant l'allure générale de la courbe de stabilité, la valeur de l'angle de chavirement, etc.



J'estime, au reste, comme M. Daymard, que des méthodes différentes peuvent être équivalentes : le point important est d'avoir des calculateurs bien formés à leur maniement.

Il serait d'ailleurs bien difficile d'apprécier avec une parfaite exactitude la valeur de diverses méthodes en comparant le temps employé par divers élèves à effectuer les calculs d'un navire au moyen de l'une ou de l'autre : il y a un coefficient de *zèle* et d'*aptitude* dont il faudrait tenir compte.

DESCRIPTION D'UN SHARPEE

DE 9tx,5 DE DÉPLACEMENT

PAR M. G. AUROUS,
Ingénieur de la Marine.

J'avais été, il y a une dizaine d'années, chargé au port de Rochefort de dresser les plans d'une embarcation à voiles devant avoir un tirant d'eau maximum de 0m,80, être armée d'un canon-revolver Hotchkiss et pouvoir porter un équipage de douze hommes et des vivres pour vingt jours.

J'avais été conduit à proposer pour cet usage un sharpee de 9tx,5, dont les plans avaient été approuvés. J'ai pensé que la description et les plans de cette embarcation pouvaient intéresser ceux qui s'occupent plus spécialement du yachting (*Pl. VI, VII, VIII et VIII bis*).

La largeur considérable à donner à une embarcation devant recevoir douze hommes d'équipage, le faible tirant d'eau imposé, la nécessité, pour une embarcation destinée à naviguer en rivière, d'avoir un plan de dérive considérable, étaient autant de raisons qui m'avaient conduit à proposer un sharpee.

Ce type d'embarcation se trouve longuement décrit dans un article du Tome LXX de la *Revue maritime*, article dont nous détachons les renseignements suivants :

« Le sharpee est une embarcation particulière ne tirant que quelques pouces d'eau et marchant cependant avec une grande vitesse. Entièrement plates en dessous, avec un devant très fin et le tableau d'arrière très incliné, ces embarcations sont munies d'une dérive leur permettant d'aller à la voile. Leur voilure extrêmement simple consiste en deux voiles triangulaires s'enverguant sur des mâts dont les extrémités un peu flexibles sont terminées en pointe. Des perches légères servent à tendre les voiles, de manière qu'elles soient entièrement plates.

» C'est une embarcation confortable, dans laquelle il y a du logement, qui, par suite de son faible tirant d'eau, passe partout, qui peut s'échouer sur une grève facilement et sans crainte d'avarie et qui, par-dessus tout, est sûre par mauvais temps. Elle va par tous les temps, mouille peu et porte ses voiles hautes quand les caboteurs ont un ris. »

Les Tableaux ci-après donnent les dimensions principales de la carène et le détail des poids.

Dimensions principales de la carène.

Longueur hors bordé	15^{m}
Largeur hors bordé au fond au maître couple	4
Creux au maître couple	0,77
Tirant d'eau milieu	0,375
Déplacement correspondant	9,450

Devis des poids.

Coque	5380^{kg}
Un canon-revolver avec son support et ses munitions	1200
Mâture complète	220
Gréement et pouliage	95
Voilure en vergues (toile de lin n° 4 *bis*)	75
Chaînes, deux bouts de 30^{m} et de 12^{mm}	190
Grappin	60
Accessoires (tauds, avirons, gaffes)	100
Vivres (tare comprise) (vingt jours pour douze hommes)	480
Eau (deux charniers de 100^{lit})	250
Équipage et effets	1200
Cuisine	200
Total	9450

Le poids de la coque avait été établi en prenant comme densité des bois (chevillage et clouage non compris) les valeurs suivantes :

Chêne	0,740
Pin d'Amérique	0,680
Sapin	0,550

Ce poids de 5380^{kg} se décompose comme il suit :

Bois (coque et emménagements)	4210
Ferrements et clouage	1170

Les emménagements se composent d'un roof de 6^{m} de longueur sur 3^{m},25 de largeur, laissant de chaque côté un passage de 0^{m},50; d'une chambre située à l'arrière du roof et munie de bancs permettant à l'équipage de s'asseoir au grand air sans gêner la manœuvre des voiles. Cette chambre est protégée par une fargue de 0^{m},25 de hauteur. A l'arrière de cette chambre se trouve le poste de l'homme de barre. Les vivres sont logés dans des caissons de la chambre et du roof.

Par suite du puits de dérive, on pénètre dans le roof par deux portes situées de chaque côté de ce puits.

Les munitions du canon-revolver sont logées dans une soute à l'avant.

Nous donnons ci-après le devis d'échantillons, la nature des bois à employer et une description de la voilure de ce petit bâtiment.

Échantillons des bois.

				Dimensions en millimètres.
Étrave	Épaisseur		à la tête	120
			au pied	120
	Épaisseur à l'effilement		à la tête	40
			au pied	40
	Largeur à la tête			200
Contre-étrave	Largeur aux extrémités			90
	Largeur au milieu			180
	Épaisseur			120
Membrure	Varangue	Largeur		120
		Épaisseur		65
	Allonge	Largeur	au pied	120
			à la tête	50
		Épaisseur	au pied	65
			à la tête	35
Bauquière	Largeur		au milieu	130
			à l'avant	100
			à l'arrière	90
	Épaisseur		au milieu	50
			aux extrémités	30
Lisse d'appui	Largeur			100
	Épaisseur			25
Barrots du pont	Largeur			120
	Épaisseur			80
Demi-baux	Largeur			80
	Épaisseur		près de la bauquière	60
			près de l'hélice	40
Surbaux avec feuillures pour supporter le roof.	Hauteur			160
	Épaisseur		au can supérieur	70
			au can inférieur	100
Entremises de la chambre et du roof.	Largeur			140
	Épaisseur			60
Entremises du panneau avant.	Largeur			120
	Épaisseur			60
Emplantures	Avant	Longueur		720
		Largeur		340
		Épaisseur		90
	Arrière	Longueur		860
		Largeur		360
		Épaisseur		110
Bancs de nage	Largeur			200
	Épaisseur			30
Surbaux du panneau N.	Hauteur			130
	Épaisseur		au can supérieur	50
			au can inférieur	90

		Dimensions en millimètres.
Barrotins du roof.....	Largeur aux extrémités	60
	Largeur au milieu	90
	Épaisseur	50
Bordé.....	Du fond. Au milieu	35
	Du fond. Aux extrémités.....	30
	Des côtés.....	30
	Du pont.....	40
	Au-dessous du roof.....	30
Montants du roof.....	Largeur.....	100
	Épaisseur.....	70
Plancher du roof.....		30
Caissons et cloisons en bois bouveté de.....		25
Pièce longitudinale du fond du puits de la dérive.	Hauteur.....	280
	Épaisseur.....	100
Montants du puits.....	Largeur.....	100
	Épaisseur.....	70
Bitte.....		14
Bordé du puits.....		30

Exécution de la charpente.

Essence des bois à employer.

L'étrave, les préceintes, bauquières, lisses d'appui et la membrure sont en chêne de France; le bordé de la carène, celui du pont et le roof en pin d'Amérique, les bancs de nage, les cloisons et les caissons en pin de Suède.

La dérive est en planches bouvetées de 40^{mm} d'épaisseur liées entre elles par des bandes en fer feuillard de 40^{mm} de largeur sur 4^{mm} d'épaisseur.

Le plan des emménagements et les différents plans de détail donnent tous les renseignements nécessaires pour la construction.

Clouage et boulonnage.

Les bordages du fond et des côtés sont fixés sur la membrure par des clous de cuivre à clin étampés de 110^{mm} de longueur (côté de la section du milieu de sa longueur 5^{mm}).

Les bordages du pont sont fixés sur les barrots par des clous de pont en fer zingué de 70^{mm} de longueur (côté de la section du clou au milieu de sa longueur 5^{mm}). Les clous sont rabattus de 14^{mm} et les têtes recouvertes par des tampons cylindriques du même bois que le bordé et dans le même fil.

Le bordé du dessous du roof, les planches du fond, les caissons, les cloisons et le bordé du puits de la dérive sont fixés par des clous de fer zingué à bordages à tête de diamant de 60^{mm} (côté de la section du clou au milieu

de sa longueur $4^{mm},5$). Les barrots sont assemblés à queue d'aronde avec les bauquières auxquelles ils sont fixés par des clous de quille en fer zingué de 130^{mm} de longueur (côté de la section du clou au milieu de sa longueur 6^{mm}).

Les bauquières sont fixées sur la membrure par des boulons en fer zingué de 12^{mm} de diamètre dans toute la partie de la chambre et du roof; les extrémités sont fixées par des clous en fer à bordages de 80^{mm} (côté de la section du clou au milieu de sa longueur 5^{mm}).

Le boulon servant d'axe de rotation de la dérive est en fer zingué de 40^{mm} de diamètre, longueur du boulon, tête et écrou compris, 39^{cm}.

Les boulons servant à fixer les pièces longitudinales du fond du puits de la dérive sont en fer zingué de 14^{mm} de diamètre, à tête à goutte de suif, boulonnés intérieurement.

Les boulons servant à fixer les hiloires des panneaux sur les barrots, les taquets de remorques et la ferrure du grand mât sur le roof sont en fer zingué de 12^{mm} de diamètre.

La base de la colonne support pour canon-revolver est maintenue par des boulons en fer de 18^{mm} et les patins des arcs-boutants par des boulons de 10^{mm}.

Le manchon du puits aux chaînes est fixé sur le pont par trois boulons en fer de 10^{mm}.

De la voilure.

Les voiles sont enverguées sur des cercles courant sur le mât : l'un d'eux est placé près de l'empointure. Il y a quatre cargues sur la hauteur outre l'étrangloir. Sur la ralingue sont disposés des margouillets dans lesquels passe la cargue haute. Sur cette cargue sont épissées toutes les autres. Ces cargues *a* sont saisies sur la bande de ris. La cargue de dessous le vent vient passer dans ces cosses *b* placées au-dessus des margouillets et vient s'épisser avec la cargue de dessus le vent sur la cargue haute. Cette dernière descend le long du mât jusqu'à $1^{m},50$ du fond de l'embarcation.

Une fausse amure *d* est épissée dans une cosse placée sur la bande de ris et sert à ramener la toile et à la fixer sur le mât.

Des rabans sont placés près de la ralingue et servent à prendre le ris au moment de l'appareillage.

Une livarde AB saisie au point d'écoute sert à établir la voile de sorte qu'elle soit bien tendue. Un collier à piton C est fixé sur le mât : dans ce collier vient s'épisser une itague qui passe dans un clan pratiqué à l'extrémité de la livarde, ce qui lui permet de se mouvoir jusqu'à l'appel du ris près du mât.

THÉORIE DES PROPULSEURS[1],

PAR MM. POLLARD ET DUDEBOUT,
Ingénieurs de la Marine.

Principes généraux.

Considérons (*fig.* 1) un bateau N flottant sur une eau tranquille. Si nous voulons le faire avancer au moyen d'un effort intérieur, nous prendrons sur l'arrière (à supposer que cela soit possible) un point d'appui fixe à terre, A, et nous appuierons sur l'obstacle au moyen d'une perche. La poussée F que

Fig. 1.

nous ferons correspondra à une réaction égale, et le bateau se déplacera avec une vitesse V telle que la relation d'équilibre $F = K_t B^2 V^2$ soit satisfaite. Le travail par seconde de la poussée, en kilogrammètres, sera $FV = K_t B^2 V^3$. Dans ce système simple, où tout intermédiaire et tout organe frottant sont supprimés, la puissance motrice FV est égale au travail résistant utile par seconde $K_t B^2 V^3$; le rendement est 1.

Inversement, si le bateau est placé dans un courant de vitesse V, et si, au moyen de la perche agissant sur un obstacle entraîné avec la vitesse V du courant, nous voulons maintenir le bateau fixe dans l'espace, nous aurons à développer une poussée $F = K_t B^2 V^2$ et une puissance $FV = K_t B^2 V^3$.

Supposons maintenant que, dans ce dernier cas, l'obstacle au lieu d'être entraîné exactement avec la vitesse V, cède sous la pression de la perche et prenne, au bout de la durée T de l'action de cette perche et dans la direction de V, une vitesse $V + v$, le bateau restant par ailleurs fixe dans l'espace. On

[1] Extrait spécialement destiné au *Bulletin de l'Association technique maritime*, du Tome IV (actuellement en cours d'impression) de la *Théorie du navire*, par MM. Pollard et Dudebout (Paris, Gauthier-Villars et fils).

pourra prendre, pour la vitesse moyenne supplémentaire communiquée à l'obstacle, $\frac{v}{2}$, puisque cette vitesse supplémentaire passe de o à v dans le temps T.

Ici, la poussée gardant, comme tout à l'heure, pendant tout le temps T, la valeur moyenne $F = K_t B^2 V^2$, la puissance motrice à développer, correspondante au travail utile par seconde FV, sera

$$F\left(V + \frac{v}{2}\right).$$

Donc, au défaut de fixité du point d'appui, correspond même pour l'organe très simple considéré, une perte sur le rendement, puisque, la puissance devant être supérieure au travail utile, le rendement propulsif, $\beta = \frac{V}{V + \frac{v}{2}}$, devient forcément inférieur à l'unité.

Si enfin le temps T est très petit, ou si la vitesse supplémentaire v est communiquée instantanément, ou encore s'il y a choc à l'entrée sur le propulseur (c'est le cas des roues à pales fixes et des hélices à pas constant sur la largeur de l'aile), la poussée gardant pendant un temps quelconque la valeur $F = K_t B^2 V^2$, la puissance motrice à développer sera $F(V + v)$, pour un travail utile par seconde FV. D'où un rendement plus faible que tout à l'heure :

$$\beta' = \frac{V}{V + v} = \frac{V}{V + \frac{v}{2}} \frac{V + \frac{v}{2}}{V + v} = \beta \frac{2V + v}{2(V + v)} = \beta\beta_c,$$

en désignant par la notation β_c et par le terme *rendement-choc* le facteur fractionnaire $\frac{2V + v}{2(V + v)}$.

Quand l'obstacle mobile est l'eau elle-même, la conclusion reste la même; mais, pour retrouver l'expression ci-dessus de la puissance à développer, nous serons obligés d'employer le théorème des réactions, que Reech présenta en 1843 et sur lequel il basa la théorie générale des propulseurs. Ce théorème, que l'on obtient en appliquant le théorème général des quantités de mouvement à un récipient d'où s'échappent des veines liquides en mouvement permanent, tandis que d'autres veines permanentes apportent une quantité équivalente de liquide, s'énonce comme suit : 1° *La composante, estimée suivant une direction quelconque, de la pression d'un récipient sur ses appuis est égale, en grandeur, direction et sens, à la différence des projections sur cette direction de la quantité de mouvement des masses liquides qui entrent et sortent dans l'unité de temps, augmentée de la composante du poids apparent du vase et de son liquide;* 2° *le moment, par rapport à un axe, de la pression sur les appuis est égal au moment du poids apparent, augmenté du moment*

des quantités de masses entrantes, et diminué du moment des quantités de mouvement des masses sortantes, ces masses étant relatives à l'unité de temps. Ici le récipient n'est autre que le propulseur, et nous supposerons, pour simplifier, que l'eau y entre avec la vitesse commune V et dans la direction du courant, et en sorte, dans la même direction, avec une vitesse $V + v$. Le poids apparent donnant sur la direction de V une composante nulle, nous aurons, en désignant par F la réaction moyenne et par Q le débit par seconde, en mètres cubes, de l'eau actionnée,

$$\frac{\varpi}{g} Q[(V + v) - V] = \frac{\varpi}{g} Qv = F.$$

Le débit Q s'obtiendra en multipliant la section b^2 de la veine attaquée par le propulseur par la vitesse du courant.

Pour avoir l'expression de la puissance à développer, il nous faut maintenant appliquer le théorème général des forces vives à la masse d'eau $\frac{\varpi Q}{g}$ débitée par seconde, ce qui conduit à la valeur

$$\frac{\varpi Q}{g}\left[\frac{(V+v)^2 - V^2}{2}\right] = \frac{\varpi Q}{g}\left(\frac{2Vv + v^2}{2}\right) = F\left(V + \frac{v}{2}\right).$$

Nous retrouvons ainsi, pour la puissance motrice, la valeur précédemment trouvée dans un cas plus simple, et nous pouvons énoncer déjà les principes généraux suivants :

Principe I. — Dans tout propulseur à réaction, la mobilité du point d'appui entraîne une perte sur le rendement propulsif.

Principe II. — Pour que la perte de rendement, due à la mobilité du point d'appui, soit égale pour deux propulseurs poussant un même corps à la même vitesse V, mais agissant sur deux fluides différents, il faut que la vitesse de refoulement v soit la même et, par suite, pour l'égalité des poussées F, que les masses $\frac{\varpi Q}{g}$ actionnées dans l'unité de temps soient égales, ou encore que les sections des veines attaquées par les propulseurs soient en raison inverse des densités des fluides sur lesquels ils agissent.

Principe III. — Si l'on appelle *recul moyen* le rapport ρ_μ de la vitesse supplémentaire moyenne $\frac{v}{2}$, prise par l'eau dans son passage à travers le propulseur, à la vitesse totale moyenne, $U_\mu = V + \frac{v}{2}$, de l'eau dans le propulseur, ces vitesses étant estimées dans la direction du courant V, on a

$$\rho_\mu = \frac{U_\mu - V}{U_\mu} = \frac{v}{2V + v} = \frac{1}{1 + \frac{2V}{v}},$$

tandis que le rendement β a pour valeur

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{v}{2V}},$$

et l'on voit que l'on a la relation $\rho_\mu = 1 - \beta$; c'est-à-dire que le rendement propulsif et le recul moyen sont des quantités complémentaires; ou encore que le maximum de rendement correspond au minimum de recul moyen, quand, pour établir le rendement du propulseur, on ne considère que la perte due à la mobilité du point d'appui, et qu'on néglige toutes les autres (celles dues au choc à l'entrée, au frottement, à la divergence des filets d'eau entrants et sortants, etc.).

D'ordinaire, on appelle simplement *recul*, et l'on désigne par la notation ρ, le rapport de la vitesse supplémentaire finale v à la vitesse totale $V + v = U$. Les deux valeurs ρ et ρ_μ sont différentes; ainsi, dans une hélice où le pas croîtrait régulièrement sur la largeur de l'aile, depuis une valeur égale à l'avance par tour a jusqu'à une autre valeur H, ρ_μ devrait être calculé avec le pas moyen et ρ avec le pas de sortie. On doit d'ailleurs, par définition, avoir la relation $\rho_\mu = \frac{2}{2 - \rho}$, qui peut servir à définir ρ_μ par le recul ordinaire ρ, en admettant que $\frac{v}{2}$ soit la vitesse moyenne supplémentaire entre o et v. On voit aussi qu'alors on a la relation $\rho = 1 - \beta'$, car $\rho = \frac{v}{V + v}$ et $\beta' = \frac{V}{V + v}$.

Principe IV. — A égalité de vitesse V pour le corps poussé par un organe à réaction, la perte de rendement propulsif, due à la mobilité du point d'appui, est d'autant plus faible que la masse $\frac{\varpi Q}{g}$ attaquée dans l'unité de temps par le propulseur est plus grande, et que la vitesse v, avec laquelle l'eau est rejetée en arrière, est plus faible.

En effet, à égalité de force poussante F, le rendement propulsif sera évidemment d'autant meilleur que v sera plus petit; mais alors, puisque $F = \frac{\varpi Q}{g} v$ doit rester constant, il faut que le débit Q augmente à mesure que v diminue.

Dans ce qui précède, le propulseur à réaction considéré était un propulseur idéal, sans frottements, supposé placé de façon à recevoir toute l'eau attaquée dans la direction même de la marche du corps avec la vitesse commune V, et supposé de disposition telle que l'eau refoulée soit animée d'une même vitesse $V + v$, commune à toute la masse et parallèle à la direction de la marche du corps.

Si nous nous plaçons maintenant dans le cas d'un propulseur réel, mais toutefois tel qu'on puisse supposer encore l'eau prise à la vitesse commune V de la marche, nous constaterons : 1° une diminution de rendement due au

choc à l'entrée, si le genre du propulseur comporte un tel choc; 2° une diminution évidente du rendement propulsif due au frottement de l'eau sur le propulseur et (éventuellement) au frottement des divers organes du propulseur, si celui-ci est un engin à liaisons complexes; 3° une diminution de ce rendement due à l'inégalité des vitesses de refoulement des molécules d'eau, à supposer même que toutes ces molécules soient rejetées parallèlement à la direction de V; enfin 4° une autre diminution du rendement causée par la divergence des vitesses des molécules rejetées, par rapport à la direction de V.

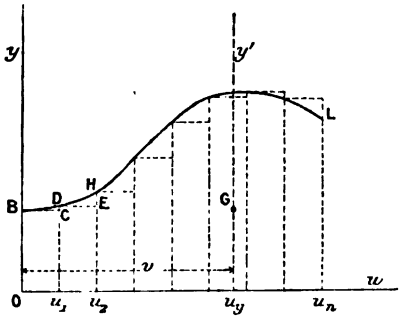
Pour mettre en évidence la diminution du rendement propulsif due au choc, nous remarquerons que, à la puissance $F\left(V+\frac{v}{2}\right)$ nécessaire pour accroître la force vive de la masse d'eau $\frac{\varpi Q}{g}$, il faut ajouter, pour le choc proprement dit, une puissance $\frac{1}{2}\frac{\varpi Q}{g}v^2 = F\frac{v}{2}$. Le nouveau rendement β' devient, comme il a été dit, égal à l'ancien β multiplié par un rendement-choc

$$\beta_c = \frac{2V+v}{2(V+v)} = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\rho\mu} = \frac{1}{1+\rho\mu} = 1-\frac{\rho}{2}.$$

Pour ce qui est de l'inégalité des vitesses des molécules refoulées, nous raisonnerons comme suit :

Supposons que la masse totale, actionnée par seconde, $M = \frac{\varpi Q}{g}$, soit décomposée en éléments, dM_1, dM_2, ..., qui acquièrent, en traversant le propulseur, des vitesses u différentes de la vitesse moyenne v relative à toute la masse actionnée. Portons (*fig.* 2) les vitesses u en abscisses et partageons

Fig. 2.



la vitesse acquise maximum u_n en un certain nombre de parties égales : Ou_1, u_1u_2, u_2u_3, ..., que nous désignerons par du, de telle façon que nous aurons $u_n = n\,du$. Représentons l'élément de la masse dM_1, dont les molécules auront acquis dans le propulseur des vitesses supplémentaires comprises entre o

et u_1 par l'aire du rectangle $OBCu_1$, puis l'élément dM_2 dont les molécules auront acquis des vitesses comprises entre u_1 et u_2 par l'aire u_1DEu_2, et ainsi de suite. Traçons enfin par les sommets des rectangles tels que B, D, H, la courbe BL dont nous désignerons les ordonnées par y.

L'aire A de la courbe AL, terminée à l'ordonnée de u_n, représente la masse totale $M = \frac{\varpi Q}{g}$, car

$$M = \int dM = \int_0^{u_n} y\,du = A.$$

D'autre part, l'abscisse u_g du centre de gravité G de la courbe n'est autre que la vitesse moyenne v de la masse totale, car le théorème des quantités de mouvement donne pour la poussée

$$F = \Sigma\, dM[(V + u) - V] = \Sigma\, dM u = \int_0^{u_n} y u\,du = M u_g = \frac{\varpi Q}{g} v;$$

d'où

$$u_g = v.$$

Or, la poussée F étant donnée, et la masse actionnée ayant été prise la plus grande possible, il en résulte que la vitesse moyenne v est déterminée, c'est-à-dire que la courbe AL doit être telle que son centre de gravité soit à une certaine distance donnée de Oy.

Si maintenant nous considérons le terme $\frac{1}{2}\Sigma\, dM u^2$, qui constitue la perte de rendement propulsif, nous voyons que l'on a

$$\frac{1}{2}\Sigma\, dM u^2 = \frac{1}{2}\int_0^{u_n} y u^2\,du = I_{Oy}(A) = A u_g^2 + I_{Gy'}(A),$$

en désignant par $I_{Oy}(A)$ et par $I_{Gy'}(A)$ les moments d'inertie de l'aire (A) par rapport à l'axe Oy, d'une part, et à l'ordonnée Gy', de l'autre.

Pour rendre la perte minimum, puisque $A u_g^2$ est une quantité donnée, il faut rendre minimum le moment d'inertie $I_{Gy'}$, ou, autrement dit, ramasser l'aire constante A autour de la verticale Gy', c'est-à-dire encore donner à toute la masse actionnée une vitesse supplémentaire commune, égale à la vitesse moyenne v. Si les vitesses de refoulement, parallèles à la direction de la marche, sont inégales, le défaut d'égalité de ces vitesses entraîne donc une diminution du rendement propulsif.

De son côté, le défaut de parallélisme des vitesses de refoulement entraîne aussi une diminution de rendement propulsif, parce que, la perte pouvant s'écrire dans ce cas

$$\Sigma\, dM\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right],$$

cette perte sera minimum, pour une valeur donnée de la poussée ou de $\Sigma\, dM\left(\frac{dx}{dt}\right)$, quand les composantes latérales $\frac{dy}{dt}$ et $\frac{dz}{dt}$ des vitesses u de refoulement seront nulles.

En résumé, pour un propulseur à réaction, fonctionnant dans les conditions habituelles, et supposé placé de façon à n'être point influencé par lui pour la direction et la grandeur de la vitesse V à l'entrée, on peut établir les nouveaux principes généraux ci-après :

Principe V. — Le choc à l'entrée diminue le rendement dans le rapport $\beta_c = \frac{1}{1+\rho\mu} = 1 - \frac{\rho}{2}$. Si l'instantanéité de l'action du propulseur sur l'eau, pour la faire passer de la vitesse V à V + c, n'est pas absolue, la perte sur le rendement est moindre que celle ci-dessus, qui est une limite supérieure.

Principe VI. — Le défaut d'égalité des vitesses de refoulement des filets de la masse liquide actionnée entraîne une diminution du rendement propulsif.

Principe VII. — Le défaut de parallélisme des vitesses de refoulement diminue aussi le rendement propulsif.

Principe VIII. — Le frottement du propulseur sur l'eau qu'il actionne, ou des divers organes du propulseur entre eux, si celui-ci est à liaisons complexes, est une nouvelle cause de diminution du rendement propulsif.

Désignons par T_m le travail moteur qu'il faut dépenser dans un propulseur à réaction parfait, où n'intervient que la mobilité du point d'appui, travail auquel correspond le rendement β de ce propulseur parfait. Désignons, d'autre part, pour un propulseur ordinaire, par T_c, T_i, T_d et T_f les travaux supplémentaires qu'il faut dépenser pour tenir compte respectivement : du choc, de l'inégalité des vitesses de sortie, de leur divergence et du frottement de l'eau. Nous aurons pour rendement total β_t du propulseur ordinaire

$$\begin{aligned}\beta_t &= \frac{T_u}{T_m + T_c + T_i + T_d + T_f} \\ &= \frac{T_u}{T_m}\,\frac{T_m}{T_m + T_c}\,\frac{T_m + T_c}{T_m + T_c + T_i}\,\frac{T_m + T_c + T_i}{T_m + T_c + T_i + T_d}\,\frac{T_m + T_c + T_i + T_d}{T_m + T_c + T_i + T_d + T_f} \\ &= \beta . \beta_c . \beta_i . \beta_d . \beta_f,\end{aligned}$$

en remarquant que les termes successifs de cette formule représentent des rendements spéciaux relatifs : le premier, β, au propulseur parfait ; le deuxième, β_c, à la seule influence du choc à l'entrée ; le troisième, β_i, à la seule influence de l'inégalité des vitesses de sortie dans un propulseur ordinaire ; le quatrième, β_d, à la seule influence de la divergence de ces vitesses ; le cinquième, β_f, à la seule influence du frottement.

Il nous reste, en dernier lieu, à parler d'un propulseur ordinaire à réaction, installé de façon à ne recueillir qu'une fraction de la vitesse V à l'entrée, ou placé assez près du corps poussé pour que l'influence de ce dernier puisse réagir sur l'utilisation du propulseur.

Dans le premier cas, à une déviation par rapport à V de la prise d'eau, correspond une nouvelle perte à l'entrée (propulseurs hydrauliques) ; dans le

second (hélices et appareils similaires), nous savons que le propulseur en marche change la résistance de la carène et l'augmente; il conviendra donc de prendre d'abord ici pour F, dans les formules générales, non la résistance de la carène au remorquage R, mais la résistance avec propulseur en marche $\mathcal{R}$. D'un autre côté, et inversement, la présence de la coque, dans le voisinage et sur l'avant du propulseur, change les conditions d'action de celui-ci, en le faisant travailler dans une carène liquide entraînée. Si l'on remarque que, pendant la marche, le propulseur trouve toujours de l'eau devant lui, comme si la coque n'existait pas, parce que son aspiration appelle l'eau de tous les côtés et par le fond, et que le refoulement s'opère directement dans la carène liquide entraînée, on voit que les choses se passent, pour le propulseur, comme si, recevant un courant de vitesse V, il restituait à la sortie $v + V'$, avec $V' < V$. La vitesse acquise par l'eau après passage dans le propulseur est alors $v - (V - V')$, inférieure à la vitesse acquise v quand le propulseur est isolé. On conçoit donc que la perte provoquée par la présence du propulseur, derrière la coque et près de celle-ci, puisse être en partie compensée par un gain sur β_t produit par la présence de la coque, devant le propulseur et près de celui-ci. Les expériences de M. R.-E. Froude [1] sur la poussée d'une hélice travaillant au même nombre de tours et à la même vitesse rectiligne V, d'abord isolément, puis derrière une coque, montrent en effet très nettement que la présence de la coque devant l'hélice augmente le rendement propulsif de cette dernière. La théorie se trouve ainsi très compliquée, du fait de la jonction des deux organes, coque et propulseur, à une faible distance l'un de l'autre, et nous ne possédons guère de résultats expérimentaux que pour l'ensemble.

---

[1] R.-E. Froude, *Description d'une méthode d'investigation sur le rendement des hélices* (*Trans. Nav. Arch.*, t. XXIV, 1883; traduit dans le *M. G. M.*, 3e liv., 1886, par M. A. Dudebout, Ingénieur de la Marine).

SUR

QUELQUES PRINCIPES DE MÉCANIQUE GRAPHIQUE

APPLICABLES AUX MACHINES,

PAR M. MARBEC,

Ingénieur des Constructions navales.

Dans le précédent *Bulletin de l'Association technique maritime,* à l'occasion d'une étude sur le système de distribution de M. Marshall, j'avais eu à m'occuper des réactions causées dans le système par les forces d'inertie.

Cette question si importante des forces d'inertie a été, dans ces dernières années, l'objet d'études nombreuses. Les accélérations, croissant, toutes choses égales d'ailleurs, comme le carré des vitesses, sont devenues très grandes à mesure que la nécessité d'augmenter la puissance des machines, sans accroître leurs dimensions, a conduit à adopter de grands nombres de tours.

Il en est résulté des complications fâcheuses et quelquefois inattendues.

Dans les navires, les grandes réactions occasionnent dans la coque des tiraillements et des vibrations qui tendent à ébranler l'ensemble, tout en produisant des dénivellations de paliers et par suite des échauffements (derniers croiseurs très légers).

Dans les chemins de fer, la vitesse des trains est en somme limitée par les réactions de bielles qui donnent aux locomotives ces mouvements de roulis et de lacet si dangereux pour la stabilité.

Dans les appareils de détente où les mouvements sont toujours assez complexes, les réactions, la plupart du temps inconnues, font supporter aux tourillons des efforts souvent bien plus grands que l'on n'avait pu le supposer et occasionnent ainsi de graves mécomptes.

Les moments-moteurs des machines sont profondément modifiés par l'inertie des bielles.

Quelquefois, les résultats sont plus indirects et assez difficiles à démêler; ainsi M. l'ingénieur de la Marine Moritz a, avec beaucoup de perspicacité,

mis en lumière sur le *Davout* une des causes qui rendaient les échauffements fréquents à grande allure. Les graisseurs allécheurs des grandes bielles ne prenaient point d'huile sur les pinceaux fournisseurs, à cause de l'accélération possédée par le graisseur au moment du contact; la force d'inertie plus grande que l'adhérence de l'huile empêchait le lubrifiant de s'attacher à la palette du graisseur.

Somme toute, dans les machines à mouvement alternatif, c'est-à-dire dans toutes les machines à vapeur actuelles, l'étude des forces d'inertie présente une importance capitale.

Il y a, en outre, des cas nombreux où l'étude des vitesses et des accélérations présente un grand intérêt :

Efforts exercés au roulis par les embarcations sur les porte-manteaux;

Coups de bélier donnés dans les pompes quand, le piston allant trop vite, l'eau n'a pu monter aussi vite que lui et se trouve arrêtée dans sa marche ascendante par le piston déjà en train de redescendre;

Inexactitudes dans les indicateurs à diagrammes, etc.

Sans doute, la connaissance des forces d'inertie n'est pas un remède à leurs inconvénients; mais elle permet du moins de les prévoir, de les calculer et de leur appliquer, avec des proportions exactes, les remèdes que l'expérience ou l'ingéniosité peut suggérer.

Il faut avouer, d'ailleurs, que le nombre des procédés actuellement à la disposition des ingénieurs pour ce genre de recherches est des plus restreints : on peut même dire qu'il n'en existe pas de réellement pratique dans les Cours de Mécanique connus.

Par exemple, calculer exactement dans une coulisse de Stéphenson l'accélération du tiroir à un moment donné me paraît assurément un problème très complexe par les moyens actuels : on a déjà pas mal de peine à trouver sa vitesse.

J'ai donc pensé qu'il pouvait y avoir intérêt à condenser et à exposer méthodiquement, en dehors de tout exemple spécial, les procédés à peu près trouvés dans l'étude précitée sur le système Marshall.

Partant de cette idée que les formules sont souvent incommodes et difficiles à appliquer et sont surtout peu à la portée des dessinateurs, j'ai pensé qu'une théorie réellement utile aux ingénieurs devait être *graphique*. Il est incontestable que l'étude de la Statique a été bien simplifiée par les méthodes si claires et si pratiques de la Statique graphique dont l'usage est maintenant courant.

Il est d'ailleurs important de remarquer que graphique et géométrique sont deux termes distincts. Toute solution graphique est évidemment géométrique, quoique pouvant à la rigueur avoir été établie par le calcul; mais toute solution géométrique n'est pas nécessairement graphique, car elle peut ne pas être applicable pratiquement dans les épures.

Ainsi, la méthode des centres instantanés de rotation, qui peut dans certains cas fournir la solution des problèmes de vitesses, ne constitue pas une bonne méthode graphique, car il suffit d'avoir quelquefois essayé de l'appliquer, pour constater que trop souvent les centres de rotation s'écartent considérablement de la figure et sortent de l'épure, et cela à propos de rien, sans que ce soit l'indice de vitesses plus grandes que d'ordinaire, mais simplement à cause du parallélisme (approximatif) fortuit de deux bielles.

Pareille chose se passe en Statique quand on a à composer des forces presque parallèles. La recherche des points d'intersection pour obtenir la résultante est inapplicable, le calcul de cette résultante par des moments est trop long et peu pratique. La supériorité de la Statique graphique est que les constructions du polygone des forces et du polygone funiculaire sont exemptes de ces causes d'ennui.

Mon désir serait d'établir tout un système de *Mécanique graphique,* que j'espère faire connaître dans le courant de cette année, et pour lequel la présente Communication me permet de prendre date. Il m'est impossible de produire ici cet ensemble, qui sortirait des limites d'une Communication à l'Association. La présente Note est un extrait simplifié, où je me suis borné à l'exposé rapide des propositions indispensables au calcul des vitesses et des forces d'inertie dans les systèmes *plans.*

CHAPITRE I.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE PRÉLIMINAIRE. SYSTÈMES DE VECTEURS DE SIMILITUDE.

(Nous nous bornerons à l'étude des mouvements plans, qui sont à peu près les seuls que l'on rencontre sur les machines actuelles.)

Deux figures planes égales situées dans un même plan peuvent être *directement égales,* c'est-à-dire superposables sans retournement de l'une d'elles, face pour face, ou bien *symétriquement égales,* c'est-à-dire superposables après que l'une d'elles a été retournée.

Je me ferai comprendre d'un mot en disant que dans deux figures symétriquement égales, l'une est tournée à *pile* et l'autre à *face.*

Nous concevons alors facilement l'existence de figures *directement semblables* et de figures *symétriquement semblables.*

Dans tout ce qui va suivre, je m'occuperai *exclusivement* des figures directement semblables, que je désignerai simplement par le mot *semblables* tout court.

En prenant une figure dans un plan et en imaginant que tous les points du plan sont intimement liés à la figure et ont une existence propre, nous en arrivons à concevoir l'expression de *deux plans semblables.*

Deux Cartes de France à échelle différente, placées toutes deux à plat sur une même table, le recto au-dessus, le verso contre la table, forment l'image la plus simple de *deux plans directement semblables.*

Je passe rapidement sur ces notions, qui demanderaient en toute rigueur bien plus de précision, mais que les lecteurs du *Bulletin* admettront sans difficulté.

Ceci posé, étant donnés deux plans semblables posés l'un et l'autre sur le même plan, j'appellerai *vecteur de similitude* le segment de droite qui joint un point A_1 du premier plan au point correspondant A_2 du second plan.

Dans l'exemple choisi plus haut des deux Cartes de France, le segment de droite, qui va du *Paris* de la première Carte au *Paris* de la seconde, est appelé le *vecteur de similitude de Paris.*

Première propriété. — *Il y a toujours un vecteur de similitude nul.*
Autrement dit, *il y a toujours un point qui tombe sur son homologue.*

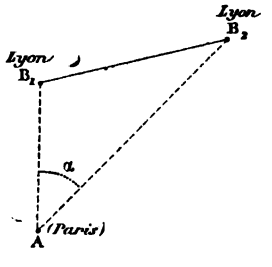
Ce théorème peut se démontrer facilement de plusieurs façons : je laisserai ce soin au lecteur.

Ce vecteur se réduit donc à un point; on peut le nommer *centre de similitude.*

Deuxième propriété. — Tout autre vecteur forme avec ce vecteur-point un triangle qui conserve la même forme (mais non la même grandeur) quel que soit le vecteur choisi.

En effet, soit (*fig.* 1) A le vecteur-point. Ce sera Paris, par exemple.

Fig. 1.



Soit B_1 l'emplacement de Lyon dans la première Carte et B_2 l'emplacement de Lyon dans la seconde. Le rapport $\frac{AB_1}{AB_2}$ n'est autre que le rapport des échelles des deux Cartes; l'angle α n'est autre que la différence d'orientation des deux Cartes; ces deux quantités ne dépendent en rien de la ville choisie. Donc en

prenant pour base le vecteur Marseille$_1$-Marseille$_2$, on aurait un triangle de même forme que celui-ci.

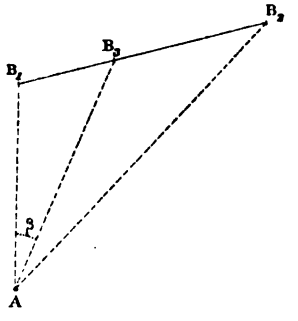
Troisième propriété. — Le lieu des points qui divisent tous les vecteurs de similitude dans un même rapport forme un troisième plan semblable aux deux premiers.

Autrement dit, en prenant par exemple les milieux de tous les vecteurs de similitude de deux Cartes de France, on dessine une troisième Carte de France.

Soient en effet (*fig.* 2) :

A vecteur-point de Paris, $B_1 B_2$ Lyon dans les deux Cartes données. Je prends B_3 divisant $B_1 B_2$ dans le rapport constant. Il résulte de ce qu'on vient de voir

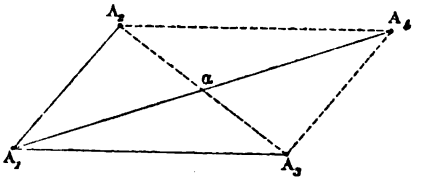
Fig. 2.



que la forme du triangle $B_1 A B_3$ est constante quelle que soit la ville choisie. Ceci suffit évidemment à établir le théorème puisque l'on aura le lieu de B_3 en prenant le lieu de B_1 (c'est-à-dire la première Carte) en l'amplifiant dans le rapport $\frac{AB_3}{AB_1}$ qui est constant et en faisant tourner le tout de l'angle β constant aussi.

Quatrième propriété. — En prenant (*fig.* 3) trois plans semblables P_1, P_2, P_3, en prenant $A_1 A_4 =$ résultante des deux vecteurs $A_1 A_2$ et $A_1 A_3$, le lieu du

Fig. 3.



point A_4 est encore un plan semblable. En effet, joignons $A_2 A_3$, le milieu α a pour lieu un plan semblable (troisième propriété).

Joignons $A_1 \alpha$ et doublons-le : on a ainsi A_4 qui a pour lieu un plan semblable (troisième propriété).

Corollaire. — Nous pouvons dire encore qu'en portant le vecteur A_1A_2 à partir du point correspondant d'une troisième figure, les extrémités donnent encore un plan semblable.

En résumé : deux plans définissent un système de vecteurs de similitude.

Ces vecteurs peuvent être portés à partir des points correspondants d'un troisième plan sans cesser d'être vecteurs de similitude.

On peut prendre pour l'un de ces trois plans un plan à échelle infiniment petite en sorte que tous les points y sont confondus et l'on a ces deux énoncés :

Corollaire I. — Tous les vecteurs de similitude étant portés à partir d'un point fixe donnent par leurs extrémités une figure semblable aux proposées et réciproquement.

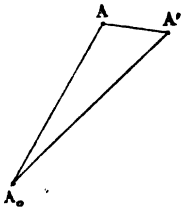
Corollaire II. — En portant à partir des points d'un plan les rayons vecteurs (issus d'un point fixe) des points correspondants d'un autre plan, on obtient par les extrémités une figure semblable aux proposées.

Cinquième propriété. — Soit une famille de plans tous semblables entre eux et tels que chacun d'eux soit défini par une valeur particulière donnée à un paramètre α.

Soient α_0 et α deux valeurs particulières de ce paramètre; elles définissent deux plans semblables et, par suite, un système de vecteurs de similitude.

Soit une valeur $\alpha + \Delta\alpha$ du paramètre définissant un troisième plan. Soient (*fig.* 4) A_0, A, A′ les points correspondants dans les plans (α_0), (α) et

Fig. 4.



$(\alpha + \Delta\alpha)$, AA′ est la différence géométrique de A_0A et de A_0A', c'est-à-dire l'accroissement géométrique du vecteur A_0A.

Si $\Delta\alpha$ tend vers zéro, AA′ devient infiniment petit et n'en demeure pas moins vecteur de similitude.

Si nous prenons $\frac{AA'}{\Delta\alpha}$, nous avons un vecteur fini. L'ensemble forme encore un système de vecteurs de similitude d'après la troisième propriété.

Le vecteur $\frac{AA'}{\Delta\alpha}$ est la *dérivée géométrique* du vecteur A_0A, et nous concluons évidemment que :

Dans un système de vecteurs de similitude dont les extrémités varient en

fonction d'un paramètre, les dérivées géométriques premières forment un système de vecteur de similitude; de même les dérivées secondes comme étant les dérivées des dérivées premières et ainsi de suite.

« Dans un système de vecteurs de similitude variable avec un paramètre, tous les systèmes de dérivées successives forment autant de systèmes de vecteurs de similitude. »

En résumé :

Dans un système de vecteurs de similitude, on peut :

1° Amplifier les vecteurs dans un rapport constant;

2° Les dériver ou les intégrer géométriquement;

3° Les porter à partir des points correspondants d'une troisième figure (ou d'un point fixe);

sans cesser de posséder un système de vecteurs de similitude.

Je me borne à cet exposé nécessairement un peu rapide et incomplet des propriétés des figures semblables.

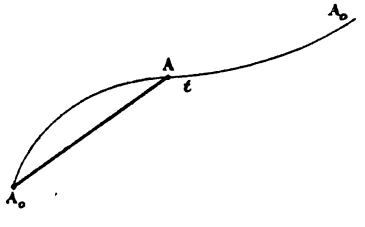
Il y aurait beaucoup d'autres théorèmes importants à signaler, concernant, par exemple, les échelles des plans obtenus, la détermination des centres de similitude, etc.

CHAPITRE II.

MOUVEMENT DANS SON PLAN D'UNE FIGURE PLANE INVARIABLE.

Quand un point A (*fig.* 5) est mobile à partir d'une position initiale A_0, le segment de droite A_0A est le *vecteur parcouru* au temps t.

Fig. 5.



La dérivée géométrique première du vecteur parcouru est la vitesse;

La dérivée deuxième est l'accélération première;

La dérivée troisième est l'accélération deuxième, etc.

On remarquera la discordance de cette nomenclature, qui donne le nom d'*accélération deuxième* à une dérivée *troisième*. Il est, en outre, gênant de de pas avoir un nom général pour désigner aussi bien vitesse qu'accélération.

Je proposerai le mot de *cinème* (substantif masculin, du grec κίνημα, vitesse) pour désigner d'une façon générale les éléments cinématiques.

Cinème est, en Mécanique, l'équivalent du mot dérivée en Analyse.

Le premier cinème, ou cinème du premier ordre, est la dérivée première du vecteur parcouru, ou vitesse.

Le deuxième cinème, ou cinème du deuxième ordre, la dérivée deuxième du vecteur parcouru, ou accélération.

Et ainsi de suite.

Théorème fondamental de la Cinématique graphique. — *Dans le mouvement d'une figure invariable dans son plan, les vecteurs parcourus sont évidemment des vecteurs de similitude; donc tous les cinèmes d'un même ordre forment, à un instant donné, un système de vecteurs de similitude.*

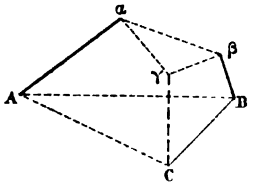
Ceci est évident d'après la cinquième propriété, puisque lesdits cinèmes ne sont autre chose que les dérivées des vecteurs parcourus.

Conséquences de l'énoncé. — I. Les extrémités des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes, portés à partir des points mobiles, forment une figure semblable à la figure mobile.

En particulier, les extrémités des vitesses des points d'une ligne droite forment une ligne droite semblablement divisée (de même pour les accélérations).

Pour avoir le $n^{\text{ième}}$ cinème d'un troisième point, connaissant ceux de deux points donnés, il suffit (*fig.* 6) de construire, sur les deux extrémités α et β

Fig. 6.



des cinèmes connus, un triangle semblable au triangle ABC formé par les trois points.

II. Le plan mobile et le lieu des extrémités des vitesses étant deux plans semblables ont un vecteur nul, c'est-à-dire qu'il y a un point dont la vitesse est nulle.

De même pour les accélérations, etc.

En somme :

« Il y a dans le plan mobile, à chaque instant, un point qui n'a pas de premier cinème : on le nomme *centre des premiers cinèmes* (anciennement *centre instantané de rotation*); un autre point qui n'a pas de deuxième cinème : on le nommera *centre des deuxièmes cinèmes*, etc. »

Il existe plusieurs moyens de rechercher le centre des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes, connaissant les cinèmes de l'ordre pour deux points.

On peut démontrer que les $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes sont les mêmes que si le plan tournait avec le même mouvement d'orientation autour du centre des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes supposé fixe.

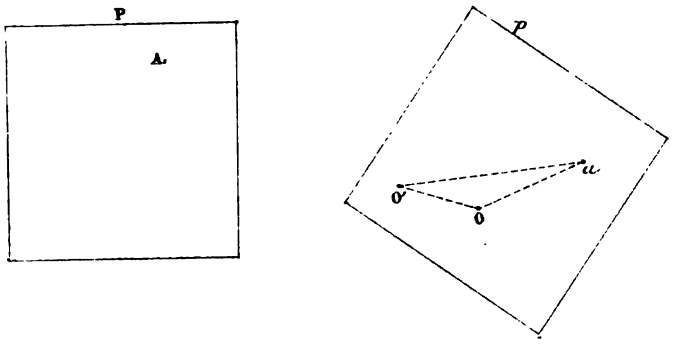
Je passe sous silence les démonstrations de ces faits et leurs conséquences.

III. Construction graphique. — *Si l'on mène à partir d'un point fixe des parallèles aux $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes des points mobiles, les extrémités forment une figure semblable à la proposée.*

C'est cette proposition qui nous est le plus utile en Mécanique graphique : aussi vais-je l'étudier avec un peu plus de détail.

Soient (*fig.* 7) P un plan mobile, A un point de ce plan; par un point fixe O je mène une parallèle au $n^{\text{ième}}$ cinème de A, et j'ai un point a; le lieu des

Fig. 7.



points a est un plan p semblable au plan P, et que je nommerai *plan représentatif des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes.* Ce plan a pour origine un point O.

L'homologue du point O dans le plan P est évidemment le centre des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes.

Si nous imprimons au plan P un mouvement de translation, les cinèmes de tous les points vont changer; si nous considérons les $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes, par exemple, il faudra leur ajouter géométriquement à tous le $n^{\text{ième}}$ cinème de translation.

Prenons en OO′ ce $n^{\text{ième}}$ cinème de translation en sens inverse, il est évident que O′a est le nouveau $n^{\text{ième}}$ cinème de A, puisque O′a est la somme géométrique de Oa (ancien cinème) et de O′O (cinème de translation).

Il en résulte que, tout se passant pour les autres points comme pour le point A, le plan p ne changera pas; seulement, il faudra y prendre comme nouvelle origine le point O′.

Ainsi, les plans représentatifs des cinèmes ne changent pas quand on imprime une translation supplémentaire au plan mobile; seulement, les origines changent.

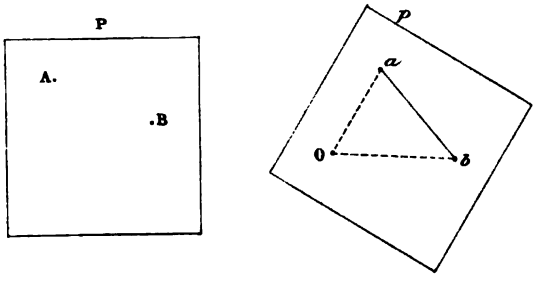
Il en résulte ceci :

La grandeur et l'orientation du plan représentatif des $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes ne dépendent que des rotations subies par le plan mobile; les translations sont ensuite fixées par l'emplacement de l'origine.

Cette propriété du plan représentatif est très remarquable; car on peut ainsi représenter le mouvement d'*orientation* d'une figure mobile, abstraction faite de toute espèce de translation, c'est-à-dire abstraction faite de son *emplacement réel* à chaque instant.

Le segment *ab* (*fig.* 8), qui joint dans le plan représentatif deux points *a* et *b*, n'est autre chose que la différence de $n^{\text{ième}}$ cinème entre les points cor-

Fig. 8.

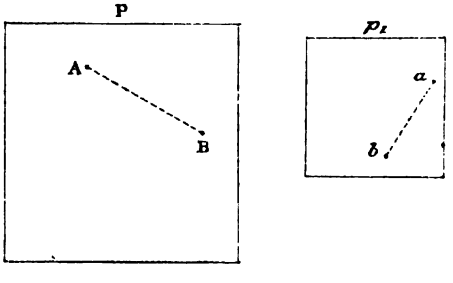


respondants A et B, ou bien encore, *ab* est le $n^{\text{ième}}$ cinème qu'aurait le point B si, par un mouvement de translation convenable, on ramenait le point A au repos.

En effet, la translation qui ramènera A au repos aura pour effet de déplacer l'origine dans le plan *p* et de l'amener en *a*, puisque le point A devra avoir son $n^{\text{ième}}$ cinème nul.

Propriété spéciale au plan représentatif des premiers cinèmes ou vitesses. — *Le plan représentatif des vitesses est normal* (en orientation) *au plan mobile.*

Fig. 9.



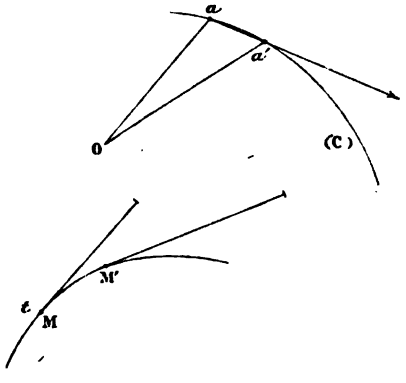
Soient (*fig.* 9) P le plan mobile, p_1 le plan représentatif des vitesses. Soient A et B deux points, *a* et *b* leurs points représentatifs. *ab* représente la vitesse

de b, si A était ramené au repos. Or cette vitesse serait évidemment normale à AB, *à cause de l'invariabilité de grandeur* du plan mobile; il en résulte que AB est perpendiculaire sur AB.

Remarque. — Il est à remarquer que toutes les propositions démontrées dans le Chapitre II, à l'exception de cette dernière, ne nécessitent pas que la figure reste invariable de *grandeur;* elles exigent seulement l'invariabilité de *forme.*

D'ailleurs, on peut facilement voir que le plan représentatif des accélérations n'est autre chose que le plan des vitesses du plan réel des vitesses considéré comme plan mobile. Il suffit de remarquer que, si l'on mène à chaque instant par un point fixe O (*fig.* 10) une parallèle Oa à la vitesse d'un point

Fig. 10.



mobile M, on obtient une courbe (C), où Oa est la vitesse du mobile au temps t et Oa' sa vitesse au temps $t + dt$, et que $\frac{aa'}{dt}$ n'est autre chose que l'accélération du point M.

Donc, disons-nous, le plan des vitesses étant considéré comme plan mobile, il aurait lui-même un plan des vitesses qui ne serait autre que le plan actuel des accélérations premières, mais néanmoins ce plan des accélérations premières n'est pas normal au plan des vitesses, parce que le plan des vitesses n'a pas une grandeur constante.

Ainsi donc :

Quand une figure se déplace en restant semblable à elle-même, tous les plans représentatifs des cinèmes des divers ordres sont semblables à la figure mobile.

Quand la figure est, en outre, de grandeur invariable, son *premier* plan représentatif lui est orthogonal.

Les autres plans représentatifs ne sont pas orthogonaux deux à deux, cependant quand le $n^{\text{ième}}$, par exemple, passe par un maximum ou un minimum d'échelle, à ce moment le $(n+1)^{\text{ième}}$ lui est orthogonal.

Quant aux orientations relatives des plans représentatifs des divers ordres, elles dépendent, ainsi que leurs échelles, de la loi de rotation du plan mobile. Les relations qui existent entre ces quantités sont trop complexes pour que nous les cherchions ici.

Résumé du Chapitre II. — En résumé :

Si d'un point fixe on mène des parallèles aux $n^{\text{ièmes}}$ cinèmes des points d'une figure invariable mobile, les extrémités forment une figure *semblable.*

Pour les vitesses, la figure est non seulement *semblable,* mais encore *orthogonale.*

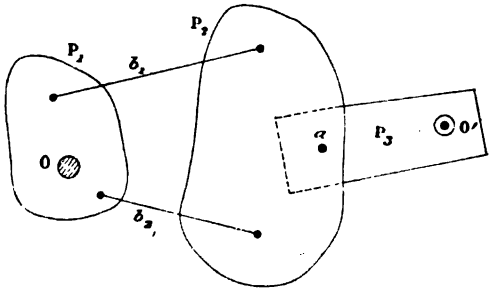
CHAPITRE III.

SYSTÈMES ARTICULÉS. — DÉFINITIONS.

Plusieurs pièces planes forment un système articulé quand elles sont liées les unes aux autres par des points d'articulation; par conséquent, il ne s'agit pas ici de polygones, mais bien d'ensembles de pièces planes qui ne se réduisent pas nécessairement à des lignes droites.

Ainsi nous pouvons avoir, par exemple, le système de la *fig.* 11, formé d'un tourteau plan P_1 tournant autour d'un arbre O, de deux bielles b_1, b_2 action-

Fig. 11.



nant une autre pièce plane P_2 articulée elle-même en a avec une troisième pièce plane P_3 oscillant autour du point O′.

Il est nécessaire de tenir compte de cela, car nous nous poserons le problème de trouver les cinèmes d'un point quelconque de l'ensemble mobile, et il faut, pour cela, ne pas réduire les pièces à leurs axes.

En réduisant, dans un système de bielle et manivelle, la bielle et la manivelle à des droites, on ne connaîtrait pas l'accélération d'un graisseur placé sur la bielle.

Ceci posé, nous trouverons parmi les points de liaison :

1° Les points d'articulation simples;

2° Les points fixes.

Les points fixes eux-mêmes se subdivisent en :

1° Points fixes oscillants;

2° Points-manivelles.

Un point fixe est oscillant quand la pièce qui a ce point fixe est simplement assujettie à ce que ce point ne se déplace pas, la pièce pouvant d'ailleurs tourner librement autour de lui.

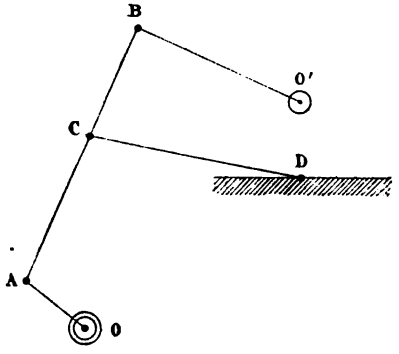
Exemple : le tourillon de la bielle de suspension d'une coulisse de Stephenson.

C'est un point-manivelle quand on suppose que la pièce qui a ce point fixe est assujettie à tourner autour de lui suivant une loi donnée.

Exemple : dans un excentrique, le centre de l'arbre entraîneur est un point-manivelle; dans un système de bielle et manivelle, le centre de l'arbre de couche est un point-manivelle.

Dans le système Marshall, par exemple (*fig.* 12), A, B, C, D sont des points d'articulation simple. O′ est un point fixe oscillant; O est un point-manivelle. Cette distinction est très importante au point de vue cinématique; car, dans

Fig. 12.



l'exemple que nous avons sous les yeux, si O et O′ étaient tous deux points-manivelles, le système serait absurde et incompatible, puisque les deux rotations de OA et de O′B ne sauraient être fixées toutes deux arbitrairement.

Si, au contraire, O et O′ étaient tous deux des points oscillants, le système ne serait pas déterminé.

Un système articulé pour être possible et déterminé doit contenir un nombre donné de points-manivelles, de points oscillants et de points articulés.

Le calcul du nombre nécessaire des points de chaque espèce ne saurait trouver place ici. Quoi qu'il en soit, ces conditions sont remplies dans tous les systèmes articulés existant dans les machines.

Dans les figures, nous indiquerons les points articulés par un gros point;

Les points fixes oscillant par un point entouré d'un petit cercle;

Les points-manivelles par un point entouré de deux petits cercles (*voir* la *fig.* 12).

Un système est cinématiquement défini quand il possède à chaque instant une forme déterminée, c'est-à-dire quand, en attribuant aux pièces mues par des points-manivelles des positions quelconques, le système peut avoir une forme et ne peut pas en avoir une infinité.

Il serait utile d'établir ici un certain nombre de théorèmes intéressants sur les conditions auxquelles doit satisfaire un système pour être cinématiquement défini. On trouve notamment :

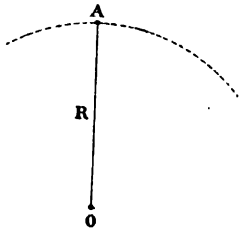
Le nombre de pièces mobiles qui n'ont pas de points-manivelles est toujours pair (une glissière doit être comptée comme une bielle).

CHAPITRE IV.

THÉORIE GÉNÉRALE DE LA DÉTERMINATION DES CINÈMES D'UN POINT QUELCONQUE D'UN SYSTÈME ARTICULÉ.

Lemme. — *Dans le mouvement de rotation d'un point* A *autour d'un point fixe* O, *la connaissance des n premiers cinèmes suffit pour déterminer la valeur de la composante normale du* $(n+1)^{ième}$ *cinème.*

Fig. 13.



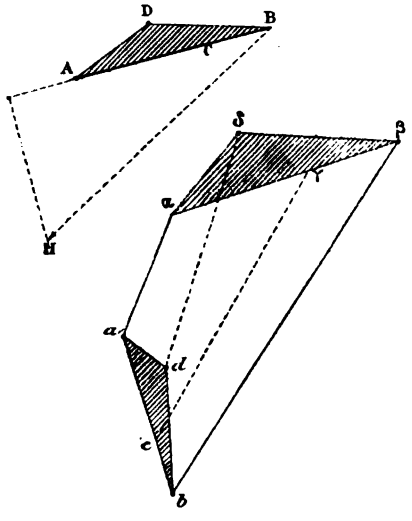
Ce théorème est la généralisation de ce fait bien connu que dans le mouvement circulaire la composante normale de l'accélération est connue quand on connaît la vitesse $\left(\text{cette composante normale est égale à } \frac{V^2}{R}\right)$.

Je ne donnerai pas ici la démonstration de ce théorème que le lecteur voudra bien admettre pour la rapidité de l'exposition.

Ceci posé, soit (*fig.* 14) AB une droite d'un plan mobile. Soit αa le $n^{ième}$ cinème de A.

Considérons le $n^{\text{ième}}$ cinème BH qu'aurait B si A était ramené au repos; décomposons ce $n^{\text{ième}}$ cinème en deux composantes, l'une parallèle à AB, l'autre perpendiculaire à AB. Portons $\alpha\beta$ parallèle à AB et égale et de sens contraire à la composante du $n^{\text{ième}}$ cinème suivant AB, portons ab égal à la composante

Fig. 14.



perpendiculaire, parallèle et de même sens; il est évident que βb représente le $n^{\text{ième}}$ cinème de B, puisque βb est la résultante de $\beta\alpha$, de αa et de ab.

Ainsi donc αa est le $n^{\text{ième}}$ cinème de A et βb le $n^{\text{ième}}$ cinème de B.

Le $n^{\text{ième}}$ cinème de C s'obtiendra en joignant le point γ, qui divise $\alpha\beta$ comme C divise AB, au point c qui divise ab comme C divise AB.

De même le $n^{\text{ième}}$ cinème d'un point D lié à AB s'obtiendra en construisant les points homologues δ par rapport à $\alpha\beta$ et d par rapport à ab. .

En somme, nous pouvons construire deux plans semblables au plan mobile, l'un sur $\alpha\beta$, l'autre sur ab et le $n^{\text{ième}}$ cinème d'un point quelconque s'obtiendra en joignant ces deux homologues dans ces deux plans.

Prenons alors une suite de pièces articulées telles que celles de la *fig.* 15.

Soit αa le $n^{\text{ième}}$ cinème de A; nous construisons, comme il vient d'être dit, ses deux plans semblables au plan 1, l'un sur $\alpha\beta$, l'autre sur ab, $\alpha\beta$ et ab étant ces deux composantes du $n^{\text{ième}}$ cinème de B, quand A est ramené au repos; ayant ainsi βb, nous construisons de même γc en portant $\beta\gamma = -$ la composante suivant BC du $n^{\text{ième}}$ cinème de C pour B ramené au repos, et $bc =$ composante perpendiculaire à BC du même cinème.

Ainsi donc nous construisons deux systèmes articulés, l'un N parallèle pièce à pièce au système donné, et l'autre T perpendiculaire pièce à pièce.

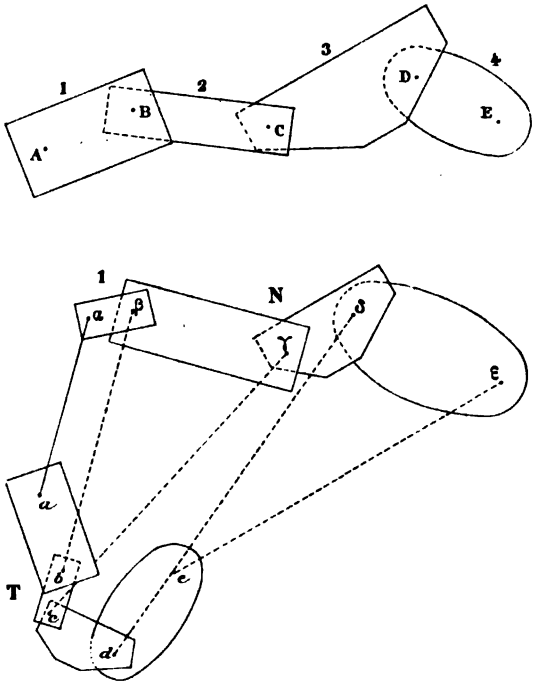
Ces deux systèmes ne sont pas semblables dans leur ensemble, mais sont composés de pièces semblables, seulement les rapports de similitude des pièces ne sont pas les mêmes pour toutes les pièces.

Ceci posé, « supposons que l'on connaisse le système articulé mobile et les cinèmes de tous les ordres jusqu'au $n^{\text{ième}}$. Je vais voir comment on peut obtenir les $(n+1)^{\text{ièmes}}$. »

Tout d'abord nous pouvons construire le système N.

En effet, — $\alpha\beta$ (*fig.* 15) n'est autre chose que la composante suivant AB du

Fig. 15.



$n^{\text{ième}}$ cinème de B tournant autour de A ramené au repos. Or nous savons que, dans le mouvement de rotation autour d'un point fixe, la composante du $(n+1)^{\text{ième}}$ cinème suivant le rayon est connue quand on connaît les n premiers cinèmes.

Nous pouvons donc construire $\alpha\beta$ et, par suite, la pièce 1 qui s'y rattache; ayant $\alpha\beta$, nous pouvons construire $\beta\gamma$, puis $\delta\gamma$, ..., etc.

En somme, on peut construire le système N.

Ceci fait, il y a un certain nombre de points, tels que A, pour lesquels on connaît la valeur de αa. Ce sont d'abord les points fixes pour lesquels αa est nul, puisqu'ils sont au repos; ce sont aussi les points situés sur les pièces qui sont montées sur points-manivelles, puisque les pièces montées sur points-manivelles (les tourteaux d'excentrique dans une coulisse de Stephenson) ont un mouvement de rotation connu *a priori*.

On possède donc un certain nombre de points a; on connaît la *direction* des

diverses pièces du système T (perpendiculaire aux pièces correspondantes du système mobile).

Nous admettrons, sans le démontrer ici afin d'aller plus vite, que ces diverses données, dans un *système cinématique complet,* sont suffisantes pour construire le système T.

La démonstration nécessaire n'est pas très difficile, mais se rattache à la détermination du nombre de points-manivelles, de points oscillants et de points d'articulation nécessaires pour définir complètement un système cinématique; or nous avons passé sous silence cette détermination.

Résumé. — En résumé, il est possible de déterminer à un instant donné deux chaînes articulées, telles que le $n^{\text{ième}}$ cinème d'un point *quelconque* du système articulé mobile s'obtienne par une seule ligne droite joignant les homologues de ce point dans les deux chaînes.

CHAPITRE V.

DÉTERMINATION DES VITESSES.

Dans les vitesses, le système N se réduit à un seul point, puisque, dans le mouvement d'un point autour d'un autre, la vitesse n'a pas de composante suivant le rayon vecteur.

Par conséquent, la détermination des vitesses dans un système articulé se résume dans l'énoncé suivant :

« Si, à partir d'un point fixe, on mène les vitesses de tous les points d'un système articulé, on obtient un nouveau système articulé dont les pièces sont une à une semblables à leur correspondante et orthogonales à celle-ci. »

Donc, à partir d'un point fixe, menons les vitesses des points dont la vitesse est connue, complétons le système en construisant ses pièces semblables une à une et orthogonales aux pièces mobiles, et nous aurons un système représentatif dont chaque point aura pour rayon vecteur la vitesse du point mobile correspondant.

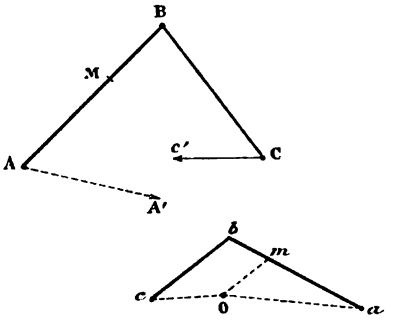
Je vais développer ceci par quelques exemples.

1° On donne (*fig.* 16) deux tiges articulées en une de leurs extrémités B. On donne à A une vitesse AA′ et à C une vitesse CC′, trouver la vitesse de B.

Par un point fixe O je mène OA parallèle et égal à AA′ et O*c* parallèle et égal à CC′.

Menons *ab* normal à AB et *cb* normal à CB, le point de rencontre *b* donne par sa distance au point O la vitesse de B.

Fig. 16.



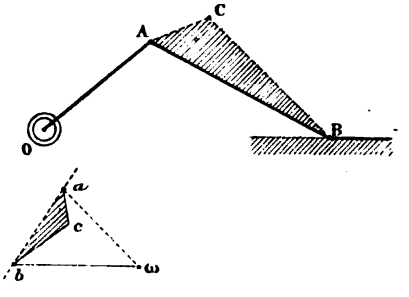
En effet, le système *abc* est normal au système ABC et est déterminé par les points *c* et *a*.

La vitesse d'un point M est donnée par O*m*.

2° Trouver la vitesse du piston dans une machine à vapeur.

Soient O le centre de l'arbre, OA la manivelle et AB la bielle (*fig.* 17). Par un point fixe ω menons ω*a* égal à la vitesse de A (connue, puisque A est mené

Fig. 17.



par un point-manivelle). Menons *ab* normal à AB : le point *b* doit se trouver sur cette ligne ; d'ailleurs la vitesse de B est évidemment dirigée suivant la glissière ; nous aurons donc le point *b* en menant ω*b* parallèle à la glissière.

ω*b* est la vitesse de B.

Pour avoir la vitesse de C invariablement lié à AB, il suffit de construire le point *c* semblablement placé par rapport à *ab* : on a ainsi par ω*c* la vitesse du point C.

3° Trouver la vitesse du tiroir dans un système Marshall.

Par un point ω (*fig.* 18), menons ω*a* égal à la vitesse de A.

Menons ω*b* perpendiculaire à O'B et *ab* perpendiculaire à AB. On a ainsi le point *b*.

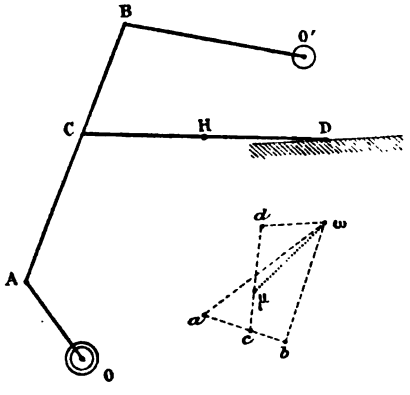
Prenons alors *c* divisant *ab* comme C divise AB.

Menons *cd* perpendiculaire à CD et ωd parallèle à la direction connue de la vitesse de D, on a ainsi le système $\omega abcd$:

ωa est l'homologue de		OA ;
ab	»	AB ;
$b\omega$	»	BO' ;
cd	»	CD ;
ωd est la vitesse de D.		

Pour avoir la vitesse d'un point quelconque du système M, par exemple, situé sur CD, il suffit de prendre μ homologue de M sur CD, et $\omega\mu$ donne la vitesse de M.

Fig. 18.



Somme toute, sans prolonger ces exemples, on peut voir que tout se réduit à construire avec les données un polygone orthogonal au système mobile.

Je tiens à faire remarquer les avantages présentés par cette épure sur les anciennes épures par les centres instantanés de rotation.

1° On obtient directement les vitesses par des constructions de parallèles et de perpendiculaires sans avoir à calculer les rotations autour des différents centres de rotation, et sans avoir à effectuer des multiplications et des divisions par les rotations trouvées. J'engagerai le lecteur à essayer par la théorie des centres de rotation de résoudre le problème 1 pour se rendre compte de difficultés rencontrées parfois.

2° Tout point de l'épure est à une distance du point fixe choisi égale à la grandeur de la vitesse du point mobile correspondant; donc on est sûr que jamais les points ne se trouveront hors de l'épure, à moins que, dans le système mobile, il n'y ait des points qui prennent des vitesses excessivement grandes; tandis que, dans les centres de rotation, un centre de rotation peut fort bien sortir de l'épure à cause du parallélisme fortuit de deux tiges, sans que cela dénote rien d'anormal dans les vitesses des points mobiles.

CHAPITRE VI.

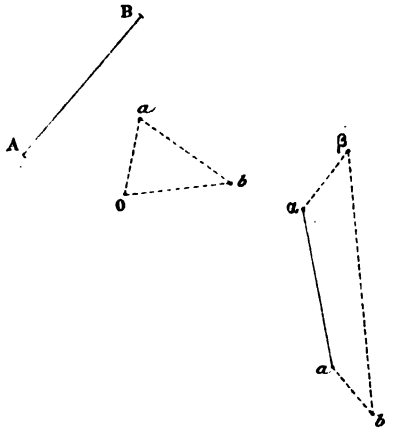
DÉTERMINATION DES ACCÉLÉRATIONS.

Ici le système N ne se réduit pas à un point, néanmoins il peut se construire facilement au moyen de la remarque suivante :

Théorème. — *Si* AB *désigne* (*fig.* 19) *une droite mobile, si oa et ob sont les vitesses des points a et b, le côté* $\alpha\beta$ *du système* N *est parallèle à* AB, *de même sens que lui, et égal à* $\frac{\overline{ab}^2}{AB}$.

En effet, $\alpha\beta$ n'est autre chose que la composante suivant AB de l'accélération de B quand A est au repos, cette composante étant portée en sens inverse (*voir* Chapitre IV).

Fig. 19.



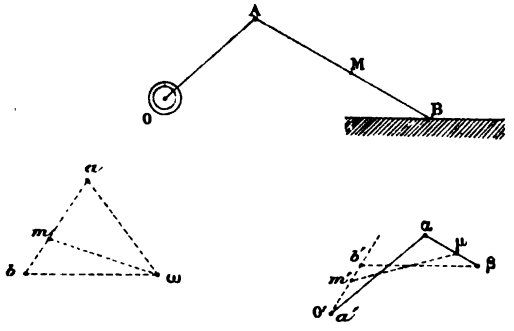
Or, quand A est ramené au repos, sa vitesse n'est autre chose que *ab*, la composante suivant le rayon de son accélération est alors égale à $\frac{\overline{ab}^3}{AB}$ et est dirigée de B vers A. Donc, en le prenant en sens inverse, il faut le porter dans le sens de A vers B.

Donc $\alpha\beta$ est parallèle à AB, de même sens que AB et égal à $\frac{\overline{ab}^2}{AB}$.

Donc le système N s'obtient facilement; quand on l'a, on construit les éléments connus des accélérations données *a priori* et l'on n'a plus qu'à compléter le système T, comme on l'a fait pour les vitesses.

Exemples. — I. Accélérations dans le mouvement d'une bielle motrice. Soit OA la manivelle, AB la bielle (*fig.* 20).

Fig. 20.



Nous construisons ωa = vitesse de A, ωb parallèle à la glissière, ab perpendiculaire à AB et nous avons ainsi l'épure des vitesses. Ensuite je construis $O'\alpha = \frac{\overline{\omega a}^2}{OA}$, puis $\alpha\beta = \frac{\overline{ab}^2}{AB}$, le système $O'\alpha\beta$ forme le système N.

Je porte à partir de O' une longueur égale à l'accélération de A perpendiculaire à OA. En supposant le mouvement uniforme, cette longueur est nulle et le point O' est en même temps le point a'. Je mène $a'b'$ perpendiculaire sur AB. L'accélération $\beta b'$ du point B devant être parallèle à la glissière, j'obtiens facilement b' en menant $\beta b'$ parallèle à la glissière; $\beta b'$ est l'accélération de B.

On a ainsi l'épure des accélérations.

Pour avoir la vitesse et l'accélération d'un point M, prenons sur ab le correspondant m; ωm donne la vitesse cherchée; prenons sur $a'b'$ et sur $\alpha\beta$ les correspondants m', et μ et $\mu m'$ donne l'accélération cherchée. On pourrait avoir ainsi l'accélération d'un point quelconque lié à AB en prenant son homologue par rapport à $\alpha\beta$ et son homologue par rapport à $a'b'$ et en joignant (problème de la recherche de l'accélération d'un graisseur).

Par suite, quand on a construit l'épure des vitesses et celle des accélérations, on a les éléments d'un point quelconque, simplement en joignant deux points.

En résumé, quand on a un polygone articulé :

1° En menant à partir d'un point fixe des parallèles à toutes les vitesses, on a un système articulé analogue, mais orthogonal au premier. On doit arriver à le construire au moyen des éléments connus *a priori* en se servant uniquement de ceci, qu'il est orthogonal au premier.

2° Ayant le polygone des vitesses, on construit un polygone analogue au premier et parallèle en donnant aux côtés le carré du côté correspondant du

polygone des vitesses divisé par le côté correspondant du polygone mobile. Ce premier polygone N étant formé, on doit arriver à construire au moyen des éléments connus un système orthogonal qui est le polygone T; on obtient l'accélération d'un point quelconque en joignant ses deux homologues dans N et dans T.

CHAPITRE VII.

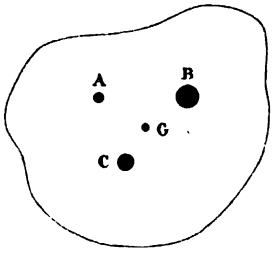
CONCENTRATION DES MASSES DES BIELLES EN UN NOMBRE LIMITÉ DE POINTS.

Soit une figure plane mobile; en multipliant l'accélération d'un point par sa masse (et en portant ce produit en sens inverse), on a la force d'inertie du point; si nous composons toutes ces forces d'inertie, nous obtenons une résultante unique, que nous nommerons *résultante d'inertie*. Cette force est égale et contraire à la résultante des forces extérieures agissant sur la pièce.

Je dis que deux pièces *entraînées ensemble* auront toujours même résultante d'inertie, quel que soit le mouvement subi, pourvu que ces deux pièces aient : même masse, même centre de gravité et même moment d'inertie autour de ce centre de gravité.

Ainsi, étant donnée une pièce P, je puis, par exemple, concentrer sa masse en trois points A, B, C, pourvu que la somme des trois masses A, B, C soit

Fig. 21.



égale à la masse de P, que le centre de gravité des trois masses soit en G, et que le moment d'inertie autour de G soit le même.

Je ne donnerai pas ici une démonstration complète de ce fait; il me suffira de rappeler, pour satisfaire l'esprit du lecteur, que la résultante d'inertie a pour valeur le produit de la masse M par l'accélération γ du centre de gravité, et que son moment par rapport au centre de gravité est $I\frac{d^2\theta}{dt^2}$. Or ces trois quantités seront toujours les mêmes pour deux corps entraînés ensemble, pourvu que M, G et I soient les mêmes.

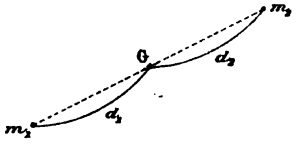
Ceci posé :

I. On ne peut pas, pour une seule pièce, concentrer toute la masse en un seul point.

II. Nous pouvons concentrer la masse en deux points.

Un des points étant arbitrairement choisi, l'autre se trouvera évidemment

Fig. 22.



sur la même ligne que le centre de gravité, et l'on aura les équations (*fig.* 22)

$$m_1 + m_2 = M \quad \text{(même masse)},$$

$$m_1 d_1 + m_2 d_2 = 0 \quad \text{(même centre de gravité)},$$

$$m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2 = I \quad \text{(même inertie)}.$$

On en déduit

$$d_1 d_2 = -\frac{I}{M},$$

avec

$$\frac{m_1}{d_2} = \frac{m_2}{d_1} = \frac{M}{d_1 + d_2}.$$

Ainsi un des points peut être choisi arbitrairement, et, dès lors, tout le reste est déterminé.

III. On peut concentrer la masse en trois points en ligne droite.

On doit avoir (*fig.* 23)

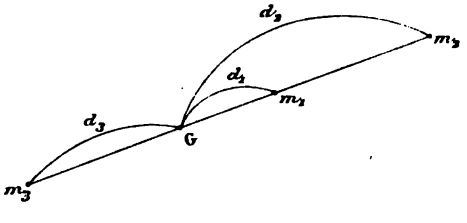
$$m_1 + m_2 + m_3 = M,$$

$$m_1 d_1 + m_2 d_2 + m_3 d_3 = 0,$$

$$m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2 + m_3 d_3^2 = I.$$

soit trois relations entre six inconnues.

Fig. 23.

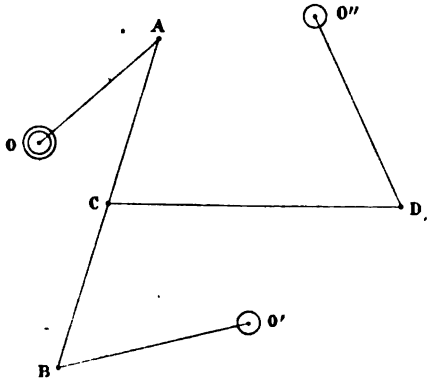


On peut donc se fixer, *a priori*, deux des points et la masse affectée à l'un de ces points; dès lors le reste est déterminé.

Il est à remarquer, d'ailleurs, que nous pouvons admettre l'existence de masses négatives.

Ceci posé, dans le système OABCDO′O″ (*fig.* 24), nous pouvons agir ainsi :
Prenons OA, nous décomposons la masse en deux, en O et A.
Celle qui est en O ne donne jamais d'inertie, puisque O est fixe.
Soit m la masse en A.

Fig. 24.



Je décompose la masse de AB en trois points, parmi lesquels A, auquel j'attribue la masse $-m$, et le point B, auquel échoira une masse m'; il y aura quelque part sur AB un point P_1, auquel sera attribuée une masse μ.

Je décompose la masse de O′B en trois points : B, auquel j'attribuerai $-m'$; O′, auquel échoira une certaine masse, et un troisième point P_2, auquel sera attribuée une masse m_2.

Dans la bielle CD, je décomposerai la masse en trois points : C auquel j'attribuerai la masse zéro, D auquel échoira une certaine masse m'' et un troisième point P_3 auquel échoira une masse μ_3.

Enfin, dans DO″, je décomposerai la masse en une masse $-m''$ attribuée à D, une certaine masse en O″ et une masse μ_4 en un certain point P_4.

On comprend bien ce que je viens de faire : je décompose chaque pièce en trois points dont deux articulations.

Je m'arrange pour que chaque articulation reçoive des deux pièces qui y sont articulées des masses qui se détruisent, de telle sorte que, ainsi qu'on peut le voir sur l'exemple que je viens de faire, il ne me reste que les masses μ_1 en un point P_1, μ_2 en P_2, μ_3 en P_3, μ_4 en P_4 et μ_5 en P_5, c'est-à-dire, somme toute, *un seul point par bielle.*

Ainsi on peut, *dans un système articulé,* concentrer chaque bielle en un seul point. Seulement ce point n'est pas arbitraire sur la bielle, et, de plus, la masse qui lui est affectée n'est pas la masse même de la bielle, mais une masse qu'on doit calculer. Toutefois, ce calcul étant fait une fois pour toutes, tous les efforts d'inertie sur les points fixes sont déterminables en considérant seulement un point pesant par bielle.

Pour avoir les réactions des bielles les unes sur les autres, il faut alors écrire qu'il y a équilibre entre les forces extérieures, les réactions et la force

d'inertie que l'on prendra en tenant compte des trois points et des masses qui leur sont affectées. Mais, comme deux de ces points sont précisément des points d'articulation, c'est-à-dire dont l'accélération a dû être construite, il n'y a pas à effectuer de construction nouvelle.

Tel est l'ensemble des procédés que l'on peut employer pour calculer les efforts d'inertie dans un système de pièces mobiles en mouvement. Je regrette que le cadre restreint de cette Note ne m'ait pas permis de donner à la question l'étendue et l'ampleur qu'elle comporte. J'espère, comme je l'ai dit au début, en présenter l'ensemble dans le courant de cette année, ce qui permettra à ceux que ces études auraient intéressés de reprendre la question avec plus de clarté et de généralité.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages

Statuts V

Liste des membres du Bureau et du Comité d'études IX

Liste des membres de l'Association X

SESSION DE DÉCEMBRE 1892.

Troisième session de l'Association technique maritime 1

Note sur la loi de la variation du poids de la charpente des navires avec les dimensions, et sur la limitation qui en résulte dans la grandeur absolue, par M. AUGUSTIN NORMAND 2

Méthode pour la détermination des éléments mécaniques des propulseurs hélicoïdaux, par M. S. DRZEWIECKI 14

Note relative à une méthode pour le calcul des carènes inclinées, par M. CH. DOYÈRE. 32

Méthode pour la recherche des bras de levier de redressement, par M. A. DE REFFYE. 58

Discussion des Mémoires de MM. DOYÈRE et DE REFFYE 67

Description d'un Sharpee de $9^{tx},5$ de déplacement, par M. G. AUROUS 72

Théorie des propulseurs, par MM. POLLARD et DUDEBOUT 73

Sur quelques principes de Mécanique graphique applicables aux machines, par M. MARBEC 85

PLANCHES.

I à V, V *bis*. Méthode pour le calcul des carènes inclinées.

VI à VIII, VIII *bis*. Description d'un Sharpee.

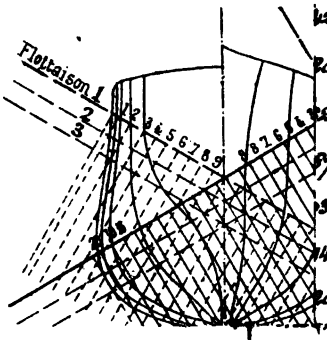
IX à XII. Recherche des bras de levier de redressement.

18768 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

e)

Données relatives à la carène 1.

Equidistance des couples .....
Equidistance des flottaisons 1, 2, 3 ...
Equidistance des sections obliques ...
Distance du fond de carène au plan z



ons inclinées.

18	Sect. 14	Sect. 15	Sect. 16	Sect. 17	Sect. 18	Sect. 19	Sect. 20	Tolance
	"	"	"	"	"	"	"	
42	5,00	5,69	"	"	"	"	"	
20	5,45	5,74	3,92	"	"	"	"	
22	5,70	5,76	5,02	3,25	0,74	"	"	
37	5,83	5,77	5,19	4,10	2,35	0,82	"	
3	5,98	5,78	5,28	4,41	3,42	2,15	"	
14	5,97	5,78	5,30	4,55	3,74	2,76	0,88	
20	6,01	5,79	5,32	4,64	3,89	2,99	1,50	

$S_4 = S_1 - s_4 =$ 587,56

$\Sigma_4 = \Sigma_1 - \sigma_4 =$ 6156,81

$V_4 = h \lambda S_4 =$ 1524,683

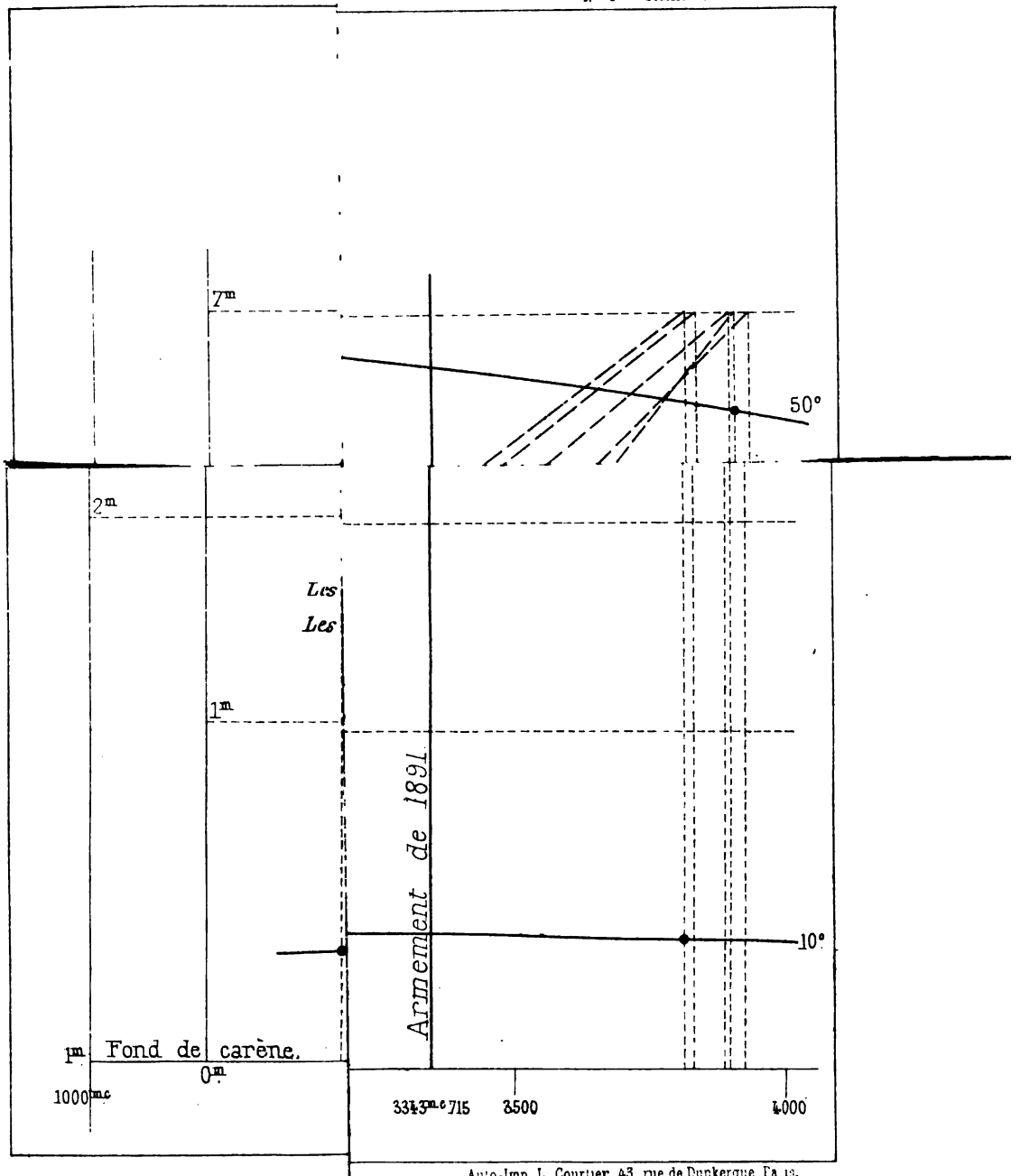
$\xi_4 = h \frac{\Sigma_4}{S_4} =$ 7,429

$\Delta_4 = d - \xi_4 =$ 3,481

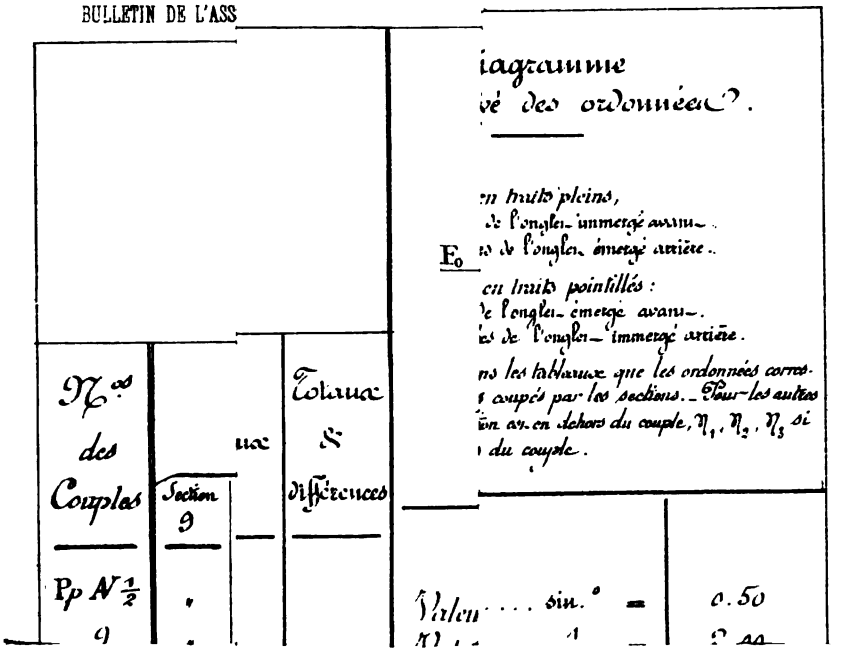
carène 4.

Nom plus g	18	17	16	15	10	4	"	"
,00	54,00	51,00	45,00	39,00	30,00	12,00	"	
Somm plus pr	"	"	2,14	3,19	7,00	16,90	11,47	
Corr 56	0,09	1,04	"	"	"	"	"	
Somm 56	54,09	52,04	47,14	42,19	37,00	28,90	11,47	$S_4 =$ = 909,78
8	14	15	16	17	18	19	20	
Prod 28	757,26	780,60	754,24	717,23	666,00	549,10	229,40	$\sigma_4 =$ = 9356,71

Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris.

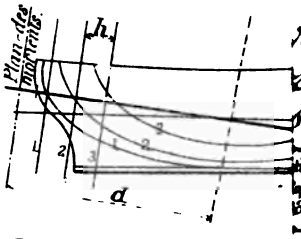


Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque Paris.



				iagramme vé des ordonnées.
				en traits pleins, de l'onglet immergé avant. E_0 ... de l'onglet émergé arrière. en traits pointillés : de l'onglet émergé avant. es de l'onglet immergé arrière. ns les tableaux que les ordonnées corres- s coupés par les sections. – Pour les autres ion est en dehors du couple, η_1, η_2, η_3 si du couple.
N.os des Couples	Section 9	ux	Totaux & différences	
Pp N $\frac{1}{2}$	"			Valeu ... sin.° = 0.50
9	"			[illegible]

ENT



rène 1.

rène au milieu de

s les diverses sections inclinées

Totaux

	tion que 13	Section oblique 14	Section oblique 15	Section oblique 16	Section oblique 17	Section oblique 18	Section oblique 19	Section oblique 20	
		"	"	"	"	"	"	"	
		"	"	"	"	"	"	"	
	70	"	"	"	"	"	"	"	
	33	0,74	"	"	"	"	"	"	
	72	1,19	0,54	"	"	"	"	"	
	99	1,50	0,95	0,27	"	"	"	"	
	17	1,68	1,30	0,65	"	"	"	"	
	85	1,95	1,45	0,90	0,29	"	"	"	
	53	2,06	1,62	1,15	0,65	"	"	"	
	65	2,25	1,83	1,35	0,92	0,44	"	"	
$\Sigma_5 = \Sigma_1 - \sigma_5 =$									
$V_5 = 2h\lambda S_5 =$									
$P_5 = 1,026 V_5 =$									
$\xi_5 = h \frac{\Sigma_5}{S_5} =$									$s_5 =$
$\Delta_5 = d - \xi_5 =$	13	14	15	16	17	18	19	20	$\sigma_5 =$

Diagramme en indica
au relevé des d

Les sections où se relèven
menées perpendiculairement au
La section 1 et la section 20 s
des deux plans parallèles à l
par le prim- le plus à droite
à gauche de la carène consid
distance des sections) - Le pl
parallèle aux sections et à u
section 1.

Les ordonnées qui coupent
points une même section longi
ordonnées singulières et droite

Données ge ..... plan des moments au pied de la ..... ice avant ..... } $h e = 4,027$, $d = 116,77$

Auto-Imp. L. Cornier, 43, rue de Dunkerq

Somm des Colonn	1,58	0,15	Std De:
Facteu	8	9	6 $\eta_1 =$ $\eta_6 =$ 2,1930 7 $\eta_1 =$ $\eta_7 =$ 2,5585 8 $\eta_1 =$ $\eta_8 =$ 2,9240
Produi par les facte	12,64	1,35	Σ 8 $\eta_1 =$ $\eta_9 =$

Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris.

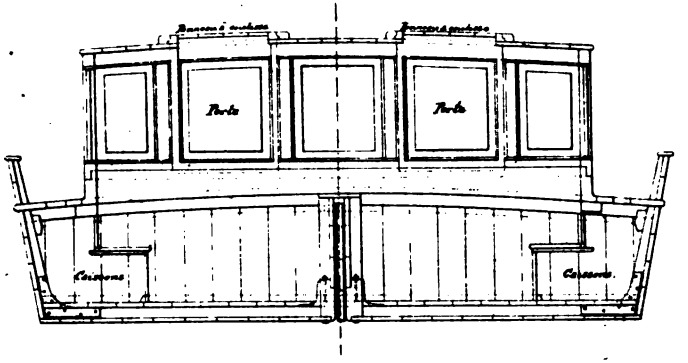
DESCRIPTION D'UN SHARPEE

Surfaces des Voiles

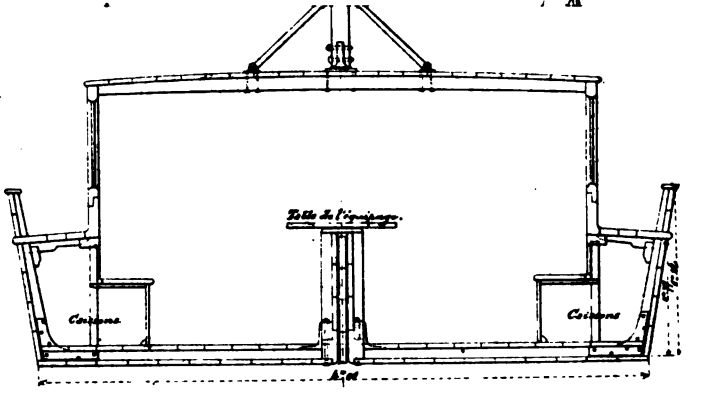
Noms des Voiles	Surfaces	Distance du centre d'effort de chaque voile à la perpendicul.r milieu	Moments	Distance du centre d'effort de chaque voile à la flottaison	Moments
Grande voile	31,00	5,23	162,13	5,28	163,68
Misaine	35 00	3,06	107,10	5,87	205,42

Plan de Mâture et de Voilure

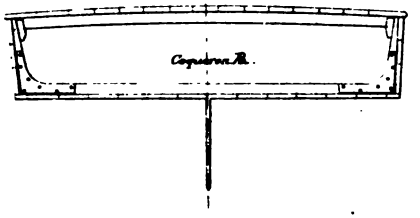
Echelle de 0 0075 p.r 1 mètre.

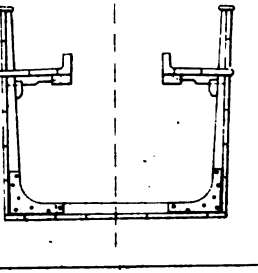


Coupe suivant **GH**.

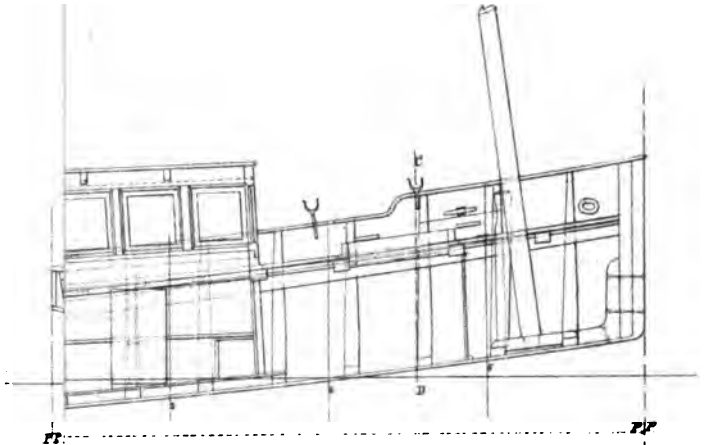


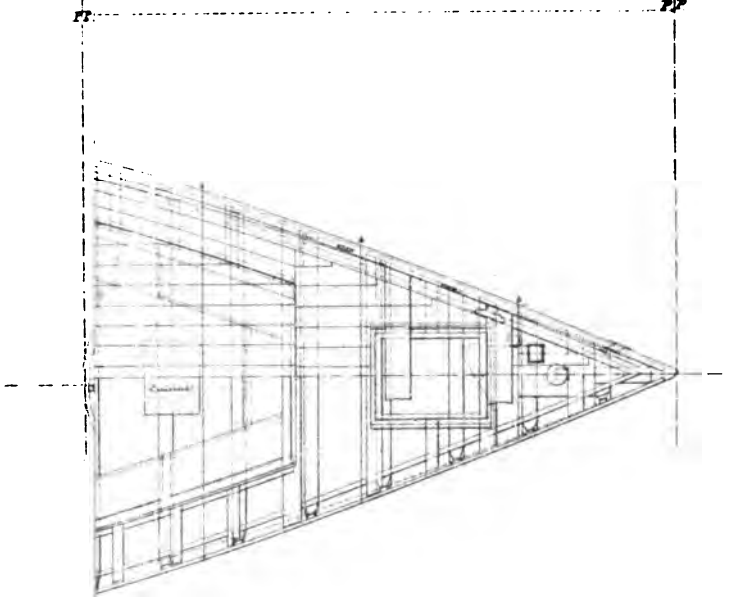
Coupe suivant **CD**.



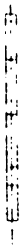


Imp. Lith. A. Cantil. 20 Pl. St Denis. Paris.





Coupe suivant N

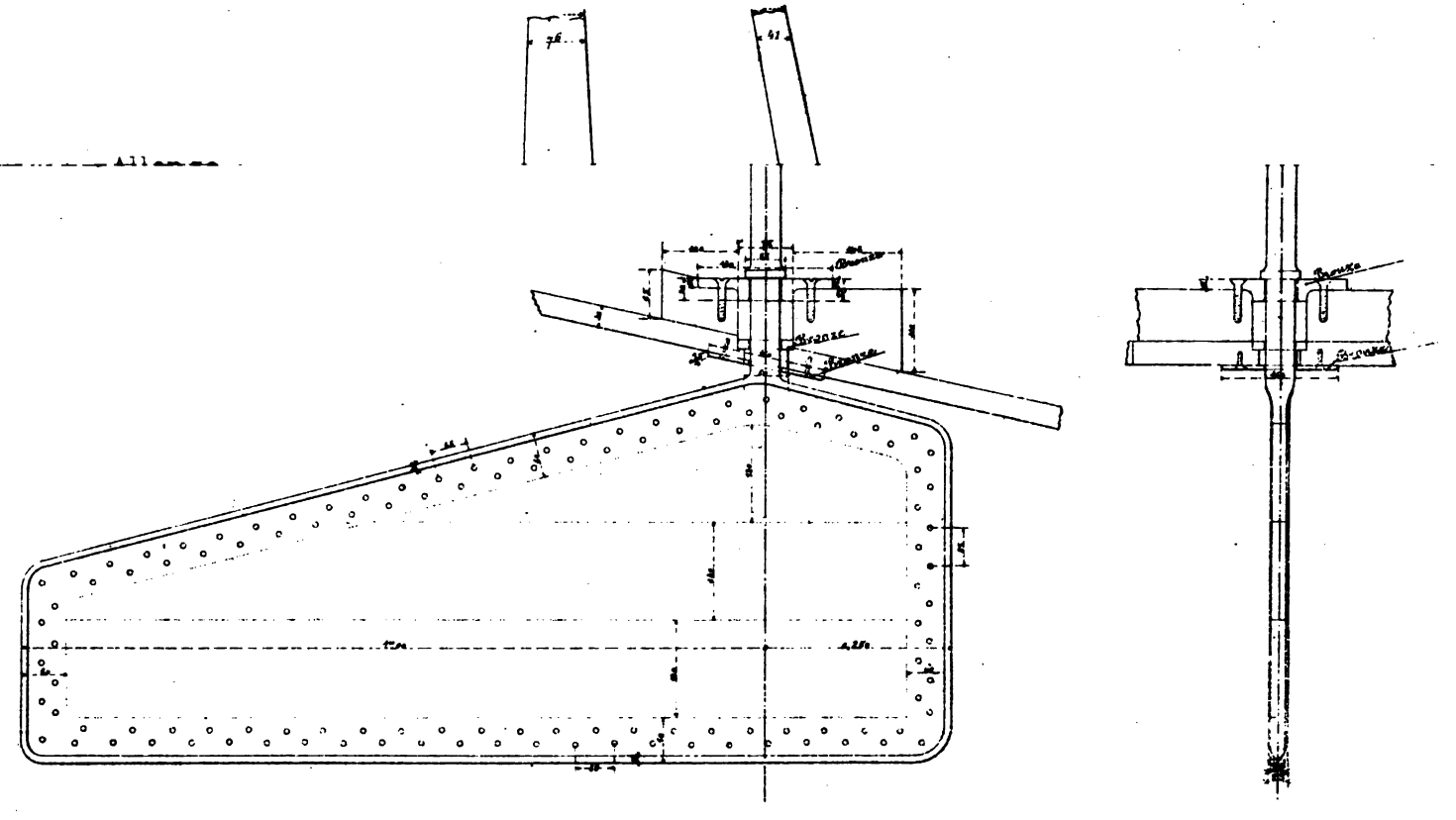


Imp. A. Gentil, 188, Fg St Denis Paris (8502) 12-02.

DESCRIPTION D'UN SHARPEE

Assemblage de la varangue et de l'allonge.

Echelle de 0.10 p.r 1 mètre

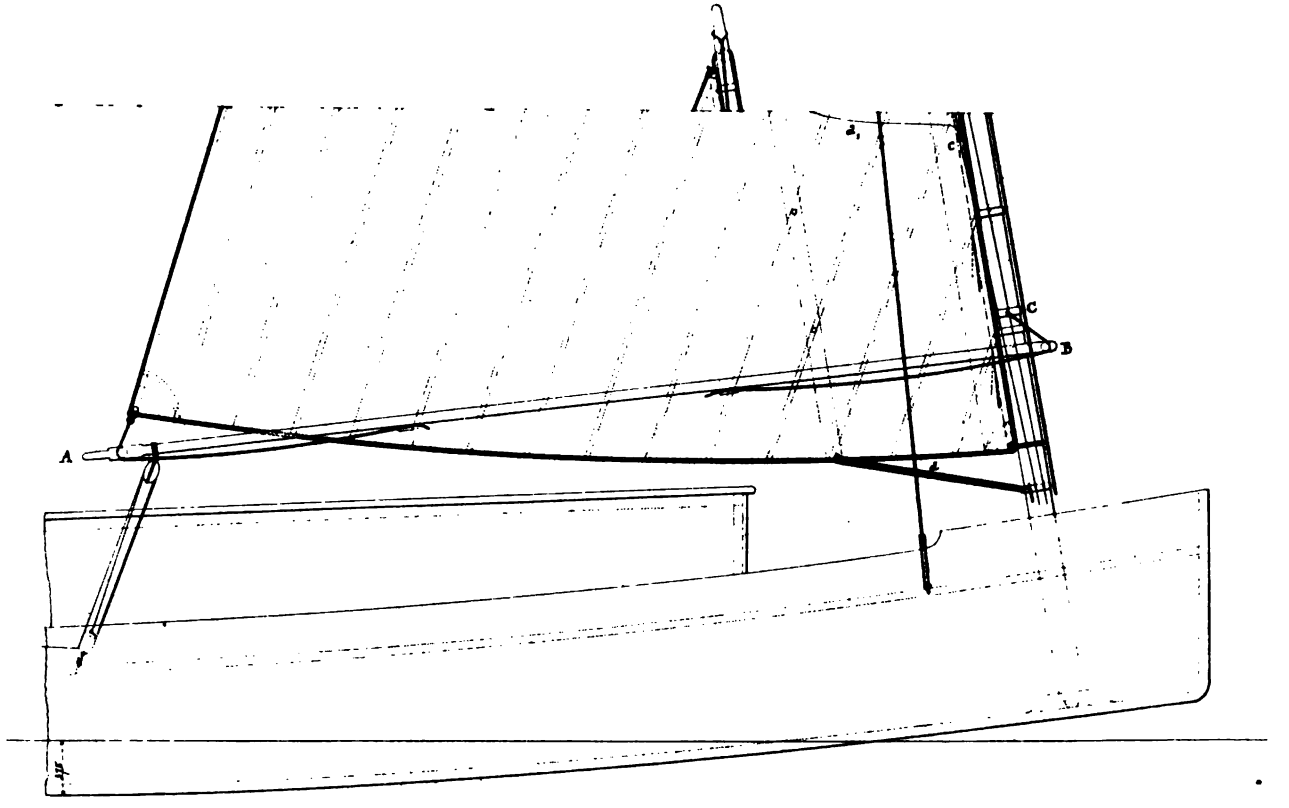


Imp. A. Gentil 188, F.ᵗᵉ S.ᵗ Denis (11.92. 6510)

DESCRIPTION D'UN SHARPEE

Voilure du mât de misaine

Echelle de 0,02 p^r 1 mètre



…S ORDONNÉES DES …

…re

20°					90°				
Carrés		Cubes			Emersion	Carrés		Cubes	
I	E	I	E			I	E	I	E

ARRÉS ET CUBES

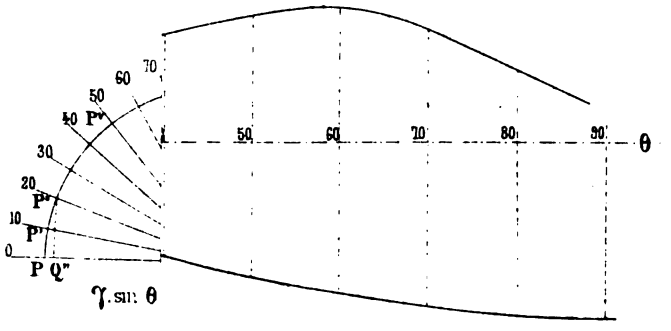
0°	30°	80°	90°
		σ_2^0	σ_2^1
		σ^1	σ^2

3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
PPÆR						
Totaux						
Résultats	a	Δ	a	Δ	a	Δ

Autio Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque, Paris

e levier de redressement

Fig. 4



Auto-Imp. L. Courtier, 43, rue de Dunkerque Paris.